

NÍVEL MIRIM

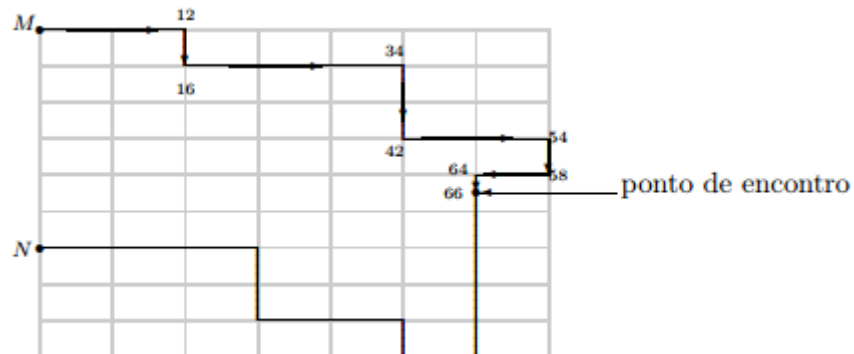
Como não sabemos o número do mês, adotaremos uma letra, seja ela M. Sabendo que a soma do número do mês com o dia resulta em 35, logo $35 - M$ dá o número do dia. Em princípio, devemos ter que esse valor deve ser menor ou igual a 31, já que nenhum mês possui mais que 31 dias. O problema é que, para $M = 4$ (mês de abril) temos $35 - 4 = 31$, mas abril tem apenas 30 dias. Logo, M deve ser maior ou igual a 5. O número de meses de 5 a 12 é $12 - 5 + 1 = 8$. Portanto, o maior número possível de pessoas que poderiam estar na sala é 8.

NÍVEL 1

- (a) O trajeto de M a N compreende 14 comprimentos e 12 larguras das lajotas. Logo, seu comprimento é $14 \times 6 + 12 \times 4 = 84 + 48 = 132$ cm. Como as duas formiguinhas percorrem a mesma distância, cada uma deve andar $132 \div 2 = 66$ cm.
- (b) Vamos acompanhar, desde o início, o percurso feito por Maricota até completar os 66 cm:

$$\begin{array}{cccc}
 \underbrace{2 \text{ comprimentos}}_{2 \times 6 = 12} & + & \underbrace{1 \text{ largura}}_{4 + 12 = 16} & + & \underbrace{3 \text{ comprimentos}}_{18 + 16 = 34} & + & \underbrace{2 \text{ larguras}}_{8 + 34 = 42} \\
 \underbrace{2 \text{ comprimentos}}_{12 + 42 = 54} & + & \underbrace{1 \text{ largura}}_{4 + 54 = 58} & + & \underbrace{1 \text{ comprimento}}_{6 + 58 = 64} & + & \underbrace{1/2 \text{ largura}}_{2 + 64 = 66}
 \end{array}$$

O caminho de Maricota até o ponto de encontro está indicado na figura.



NÍVEL 2

Observemos que os quatro triângulos que aparecem na figura são triângulos retângulos, dois a dois semelhantes, portanto, seus lados são proporcionais. Em particular, temos $9/x = y/20$, ou seja, $180 = xy$. Além disso, pelo Teorema de Pitágoras, temos $y^2 = x^2 + 9^2$, de modo que:

$$180^2 = x^2y^2 = x^2(x^2 + 9^2) = x^4 + 9^2x^2,$$

isto é, $x^4 + 9^2x^2 - 180^2 = 0$. Pela fórmula de Bhaskara, obtemos:

$$x^2 = \frac{-81 \pm \sqrt{9^4 + 4 \times 180^2}}{2} = 9 \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 + 4 \times 20^2}}{2} = 9 \frac{-9 \pm 41}{2}.$$

Mas $x^2 > 0$, portanto necessariamente $x^2 = 9 \times 16$ e, portanto, como $x > 0$, a única opção é $x = 12$.

A partir de $x = 12$, obtemos todas as outras medidas. Pelo visto, temos $y = \sqrt{x^2 + 9^2} = 15$ e, pelo Teorema de Pitágoras, obtemos:

$$z = \sqrt{20^2 - x^2} = 16.$$

Usando a proporcionalidade $v/8 = 9/x$, resulta $v = 72/x = 6$ e, finalmente, pelo Teorema de Pitágoras, concluímos que $w = \sqrt{8^2 + v^2} = 10$.