NÍVEL MIRIM

Seja p a quantidade de cachorros. Então há 4p patas e p narizes. Como são 18 pernas a mais do que narizes, temos que $4p = p + 18, \quad 3p = 18 \quad p = 6$, ou seja, a pessoa tem 6 cachorros.

NÍVEL 1

Atribuindo o valor 1 às coroas e -1 às caras e somando os resultados depois de cada jogada, inicialmente a brincadeira começa com soma 7 e queremos chegar a cara e coroa alternadas, de modo que a brincadeira termina em 1 ou em -1. Observamos que, em cada passo da brincadeira, temos as seguintes possibilidades: trocamos duas coroas por duas caras e o valor da soma diminui em 4; trocamos uma cara e uma coroa por uma coroa e uma cara e o valor da soma fica inalterado; ou trocamos duas caras por duas coroas e o valor da soma aumenta em 4. Portanto, é impossível partir de 7 como soma inicial e chegar a 1, mas vejamos que, efetivamente, é possível chegar a -1, isto é, a quatro caras e três coroas. Como queremos obter quatro caras não consecutivas, precisamos de, pelo menos, quatro jogadas.

NÍVEL 2

Lembremos que números ab de dois algarismos, em que a é o algarismos das dezenas e b o das unidades, são dados por ab = a × 10 + b. Por exemplo, 47 = 4 × 10 + 7.

Seja ab um número de dois algarismos; seu reverso é, então, ba. Temos que:

$$ab + ba = a \times 10 + b + b \times 10 + a = (a + b) \times 11.$$

Por outro lado, a, b ≤ 9, de modo que a + b ≤ 18. Como 11 é um número primo e a + b ≤ 18, 11 não divide a + b e, portanto, o produto (a + b) × 11 só é um quadrado perfeito se a + b = 11. Assim, temos 8 números satisfazendo a condição do problema: 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83 e 92.