

NÍVEL MIRIM - SOLUÇÃO

Devemos encontrar a próxima dezena, depois de 16, cuja soma dos algarismos é 7, ou seja, o próximo ano, depois de 2016, que terá também soma 9 para seus algarismos é 2025.

NÍVEL 1 - SOLUÇÃO

Como as casas são vizinhas, podemos pensar nelas como uma fila de casas com seis posições. Vamos dividir a contagem em casos, de acordo com o número de casas de madeira que podem ser construídas.

(a) Nenhuma casa de madeira: aqui há apenas uma maneira de construir as casas, ou seja, todas de alvenaria.

(b) Uma casa de madeira: aqui temos seis maneiras de construir as casas, pois a casa de madeira pode ser qualquer uma delas, sendo as outras de alvenaria.

(c) Duas casas de madeira: as casas de madeira podem ocupar as seguintes posições: 1 e 3, 1 e 4, 1 e 5, 1 e 6, 2 e 4, 2 e 5, 2 e 6, 3 e 5, 3 e 6 ou 4 e 6. Aqui temos 10 maneiras.

(d) Três casas de madeira: as casas de madeira podem ocupar as seguintes posições: 1, 3 e 5; 1, 3 e 6; 1, 4 e 6; 2, 4 e 6. Aqui temos quatro maneiras.

(e) Quatro ou mais casas de madeira: impossível, pois é fácil ver que, nesse caso, sempre teremos duas casas de madeira contíguas.

Dessa forma, há $1 + 6 + 10 + 4 = 21$ maneiras de planejar a construção.

NÍVEL 2 - SOLUÇÃO

(a) Vamos fazer o experimento com os números 0, 5 e -4 .

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \xrightarrow{\times 6} & 0 & \xrightarrow{-21} & -21 & \xrightarrow{\div 3} & -7 & \xrightarrow{-(0 \times 2)=0} & -7 \\ 5 & \xrightarrow{\times 6} & 30 & \xrightarrow{-21} & 9 & \xrightarrow{\div 3} & 3 & \xrightarrow{-(5 \times 2)=-10} & -7 \\ -4 & \xrightarrow{\times 6} & -24 & \xrightarrow{-21} & -45 & \xrightarrow{\div 3} & -15 & \xrightarrow{-(-4 \times 2)=+8} & -7 \end{array}$$

O resultado final sempre é -7 .

(b) É razoável, então, conjecturar que, para qualquer número inicial escolhido, o resultado final desse procedimento será sempre -7 . Seja x o número inicial. Temos, então, as operações seguintes.

$$x \xrightarrow{\times 6} 6x \xrightarrow{-21} 6x-21 \xrightarrow{\div 3} \frac{6x-21}{3} \xrightarrow{-2x} 2x-7-2x = -7$$

Sempre será -7 .