

Nível 1

Sabendo que o mmc entre 8 e 12 é 24, basta pensar numa soma entre 3 algarismos consecutivos que seja 24, facilmente observamos que os 3 algarismos devem ser 7, 8 e 9.

Nível 2

Seja x a massa do gato, y a massa do coelho e z a massa do cachorro, contextualizando com o problema teríamos o seguinte:

$$x + y = 12$$

$$y + z = 22$$

$$x + z = 24$$

Somando as três equações, obtemos:

$$2x + 2y + 2z = 58$$

Dividindo ambos os membros por 2, temos:

$$x + y + z = 29$$

Portanto, a massa dos três juntos é 29 kg.

Determinando a do cachorro, poderíamos relacionar a primeira equação com a soma das três equações:

$$x + y = 29 - z$$

$$12 = 29 - z$$

$$z = 17 \text{ kg}$$

A do gato:

$$y + z = 29 - x$$

$$22 = 29 - x$$

$$x = 7 \text{ kg}$$

A do coelho:

$$x + z = 29 - y$$

$$24 = 29 - y$$

$$y = 5 \text{ kg}$$

Nível 3

Arnaldo adora fazer adições. Certo dia ele pensou em efetuar a adição dos 500 primeiros números naturais. Após muito tempo, Arnaldo percebeu que o processo poderia ser feito de uma maneira muito mais simples e prática, só adotando uma ideia mais especial para o problema. Ele percebeu que se somasse o último número ao primeiro da sequência, o penúltimo ao segundo, e assim em diante, teria sempre o mesmo número e depois multiplicou pelo número de vezes que essa soma se repetiu. Porém ele também notou que dessa forma estava somando de 1 a 500, e de 500 a 1, portanto dividiu por 2 a questão, e obteve o valor da soma dos 500 primeiros números naturais. Qual é o valor da soma? Demonstre que esse processo vale para qualquer adição dos n primeiros números naturais maiores que 0.

A situação pode ser exemplificada da seguinte forma:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 500 = S$$

$$500 + 499 + 498 + \dots + 1 = S$$

Somando as duas equações:

$$\underbrace{501 + 501 + 501 + \dots + 501}_{500 \text{ vezes}} = 2S$$

Uma adição entre parcelas iguais pode ser simplificada para uma multiplicação:

$$501 \cdot 500 = 2S$$

Perceba que $2S$, significa que Arnaldo somou de 1 a 500 e de 500 a 1, para saber o valor de 1 a 500, ele divide por 2

$$\frac{501 \cdot 500}{2} = S$$

O valor da soma é 125250.

Para todo n , teríamos:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = S$$

$$n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 = S$$

Somando, obtemos:

$$\underbrace{(n + 1) + (n + 1) + (n + 1) + \dots + (n + 1)}_{n \text{ vezes}} = 2S$$

Podendo ser simplificada:

$$((n + 1) \cdot n) = 2S$$

$$\frac{(n + 1) \cdot n}{2} = S$$

Para qualquer n a soma dos n primeiros números naturais pode ser obtida por essa fórmula.