NÍVEL 1

SOLUÇÕES – SEMANA 29

Não é possível formar triângulos com 4 segmentos de 1 cm, pois não está de acordo com a condição básica para existir um triângulo, a soma de dois lados deve ser maior que a medida do terceiro. Nesse caso, poderíamos ter 2 lado com 1 cm e outro com 2, porém se somássemos os dois de 1 a medida seria igual ao outro lado que mede 2 cm, e não maior.

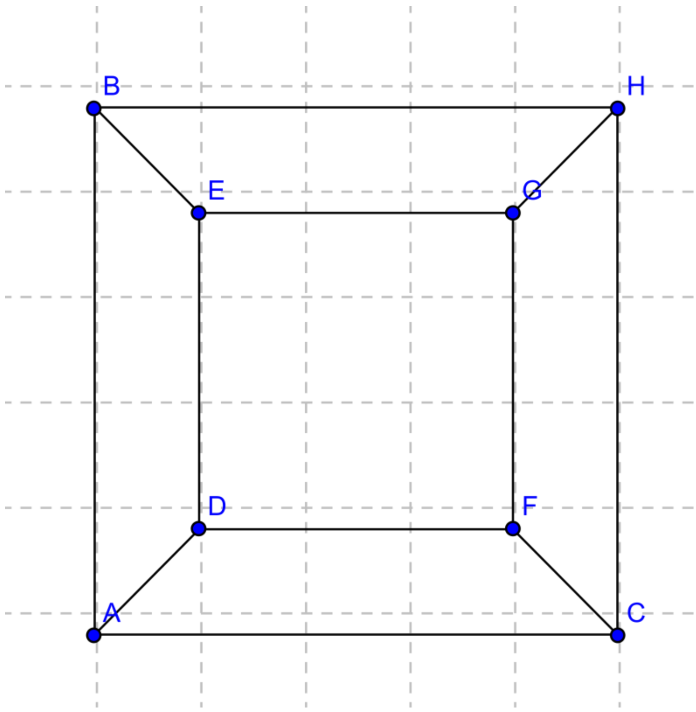
Com 5 seria possível, se um lado medisse um segmento e outros dois cada um com 2 segmentos, satisfazia a condição de a soma de dois lados maior que a medida do terceiro.

Com 7, satisfaz do mesmo jeito, um lado com 3 segmentos, dois com 2 segmentos.

NÍVEL 2

SOLUÇÕES – SEMANA 29

Desenhando a situação dada no problema teremos a seguinte figura:



Com o desenho, e sabendo a medida da base maior e base menor do trapézio que é dada pelo problema, conseguimos definir que o quadrado do meio tem lado 30 cm, e portanto terá área de 900 cm^2. O quadrado maior tem lado igual a base maior do trapézio, que é 50 cm, logo sua área será igual a 2500 cm^2. Portanto, a área delimitada pelos trapézios é 1600 cm^2. Como temos 4 trapézios, a área de um trapézio será igual a 400 cm^2.

NÍVEL 3

SOLUÇÕES – SEMANA 29

a) para resolver o problema basta observar que se tem a diferença de dois quadrados. Aplicando o produto notável:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Assim, a equação dada no problema pode ser escrita na forma:

$$(m+n)(m-n)=2011$$

Como 2011 é um número primo, temos que os fatores só podem ser 1 e 2011, desta forma teremos as seguintes possibilidades:

$$\begin{cases} m+n=2011 \\ m-n=1 \end{cases}$$

Ou

$$\begin{cases} m+n=1 \\ m-n=2011 \end{cases}$$

Resolvendo o primeiro sistema, temos:

$$m=2011-n$$

$$2011-n-n=1 \rightarrow 2011-2n=1 \rightarrow -2n=-2010 \rightarrow n=1005$$

$$m=2011-n \rightarrow m=2011-1005=1006$$

Neste primeiro caso $m=1006$ e $n=1005$, que satisfazem a condição do problema

Para o segundo caso:

$$m=1-n$$

$$1-n-n=2011 \rightarrow 1-2n=2011 \rightarrow -2n=2010 \rightarrow n=-1005$$

Como o valor de n já encontrado é negativo, não precisamos calcular o m, pois os valores devem ser ambos inteiros positivos.

b) Observando, que $x + \frac{1}{x} = 5$, podemos elevar ao quadrado ambos os lados e teremos:

$$x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 5^2$$

Simplificando a expressão:

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25$$

Isolando a expressão dada no enunciado:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$