

# NÍVEL 1

SOLUÇÕES - SEMANA 12

a) Como nos interessa apenas o valor da casa das unidades, podemos fazer as primeiras multiplicações:

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 8 = 2^2 \\ \hline 64 \\ \times 8 = 2^3 \\ \hline \dots 2 \\ \times 8 = 2^4 \\ \hline \dots 6 \\ \times 8 = 2^5 \\ \hline \dots 8 \end{array}$$

Assim, percebemos que sempre que o expoente for múltiplo de 5, o algarismo das unidades será 8. Dividindo então o expoente 368 por 5 temos que o resto da divisão é 3, e portanto se enquadraria no expoente múltiplo de 4, ou seja, o algarismo das unidades é 6.

b) A mesma operação acima pode ser feita aqui, e veremos que o ciclo é menor, com apenas duas repetições. Se o expoente é par o algarismo das unidades é 6, se o expoente é ímpar o algarismo é 4. Como o expoente 2014 é par, o algarismo das unidades vai ser 6.

# NÍVEL 2

SOLUÇÕES - SEMANA 12

a) Para reconhecermos se um número maior do que 2 é primo, devemos seguir os seguintes passos:

1º: Dividirmos o número dado  $n$  pela sucessão de números primos (2, 3, 5, ...);

2º: Enquanto o resto for diferente de zero e o quociente maior que o divisor, nada se pode afirmar e prosseguimos a pesquisa;

3º: Quando o quociente se tornar menor ou igual ao divisor e o resto permanecer diferente de zero, então se pode afirmar que o número  $n$  é primo.

Verificando se 53 é primo:

$$\begin{array}{r} 53 \quad | \quad 2 \\ \hline 26 > 2 \\ R \neq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \quad | \quad 3 \\ \hline 17 > 3 \\ R \neq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \quad | \quad 5 \\ \hline 10 > 5 \\ R \neq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \quad | \quad 7 \\ \hline 7 = 7 \\ R \neq 0 \end{array}$$

Conclusão: 53 é primo!

b) É possível determinar uma sequência de números primos, a partir de 2, menores do que o número dado. Para isso, devemos empregar o procedimento ensinado por Erathóstenes, cuja regra é a seguinte:

- Escrevem-se todos os números naturais, a partir de 2, até o número desejado;

- a partir de 2, exclusive, cancelam-se todos os múltiplos de 2;

- a partir de 3, exclusive, cancelam-se todos os múltiplos de 3;

- a partir de 5, exclusive, cancelam-se todos os múltiplos de 5;

- a partir de 7, exclusive, cancelam-se todos os múltiplos de 7;

Procede-se dessa forma até cancelarmos todos os múltiplos do 1º número cujo quadrado seja maior do que o último número dado.

Determinando se 97 é primo:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Conclusão: 97 é primo.

# NÍVEL 3

SOLUÇÕES - SEMANA 12

Nossa estratégia consistirá em efetuar operações em cada termo da fração dentro da raiz.

No numerador:

$$\begin{aligned} \left( \frac{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} \right) \cdot \left( \frac{1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} \right) &= \left( \frac{\frac{6 + 2 - 1}{6}}{\frac{6 - 2 + 1}{6}} \right) \cdot \left( \frac{\frac{8 + 2 - 1}{8}}{\frac{8 - 2 + 1}{8}} \right) \\ &= \left( \frac{\frac{7}{6}}{\frac{5}{6}} \right) \cdot \left( \frac{\frac{9}{8}}{\frac{7}{8}} \right) = \frac{7 \cdot 9}{5 \cdot 7} = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

No denominador:

$$\begin{aligned} \left( \frac{1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{10}} \right) \cdot \left( \frac{1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}}{1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{12}} \right) &= \left( \frac{\frac{10 + 2 - 1}{10}}{\frac{10 - 2 + 1}{10}} \right) \cdot \left( \frac{\frac{12 + 2 - 1}{12}}{\frac{12 - 2 + 1}{12}} \right) \\ &= \left( \frac{\frac{11}{10}}{\frac{9}{10}} \right) \cdot \left( \frac{\frac{13}{12}}{\frac{11}{12}} \right) = \frac{11 \cdot 13}{9 \cdot 11} = \frac{13}{9} \end{aligned}$$

Logo, a expressão ficará:

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{\left( \frac{\frac{9}{5}}{\frac{13}{9}} \right) \cdot \frac{65}{81} + 3} \rightarrow E = \sqrt{\frac{9 \cdot 9}{5 \cdot 13} \cdot \frac{65}{81} + 3} \rightarrow E = \sqrt{1 + 3} \\ &\rightarrow E = \sqrt{4} \rightarrow E = 2 \end{aligned}$$