

NÍVEL 1

a) Há apenas três maneiras de escrever 1 como a soma de três números naturais: $1 = 1 + 0 + 0$, $1 = 0 + 1 + 0$, $1 = 0 + 0 + 1$. Como os dois últimos devem ser descartados, pois não são números de 3 algarismos significativos, resta apenas o número 100.

b) O maior número com números não nulos na coleção que deve aparecer deve ter todos seus algarismos iguais a 1, com exceção do algarismo das unidades. Como o maior algarismo da casa das unidades é 9, o número é 111111119.

c) Um número dessa coleção não pode ter 6 algarismos, pois a soma automática desses seis resultaria em um número maior que 9, o que seria impossível de se colocar na casa das unidades. Portanto, o número terá 5 algarismos, incluindo o 9. Como o nove deve estar na casa das unidades, deve-se procurar os outros 4 cuja soma seja 9. Podemos utilizar para isso os três números menores: 0, 1 e 2, em ordem decrescente para as dezenas: ?2109. Como a soma de ? com 1, 2 e 0 precisa ser 9, então $? = 6$. Assim, o maior número que pode ser escrito é 62109.

NÍVEL 2

Analogamente, temos que os menores números devem ficar “nos cantos”. Depois, basta preencher de modo que a soma em cada linha seja 9: entre o 1 e o 2 vai o 6; entre o 2 e o 3 vai o 4; e entre o 3 e o 1 vai o 5.

NÍVEL 3

a) Podemos contar os cubos em camadas a partir do fundo da caixa; na primeira camada temos 14 cubos visíveis e 4 não visíveis, cuja existência é evidente pois há cubos sobre eles. Na segunda camada há 3 cubos visíveis e 1 oculto; a terceira camada tem 2 cubos, a quarta camada tem 3 cubos, a quinta camada tem 2 cubos e finalmente duas camadas de 1 cubo cada, totalizando 31 cubos.

b) O comprimento da caixa corresponde a 10 cubinhos; logo este comprimento é igual a 50 cm; do mesmo modo, a largura é igual a 7 cubinhos = 35cm e a altura é igual a $6 \times 5 = 30$ cm.

$$c) V = c.l.a \rightarrow V = 50 \cdot 35 \cdot 30 = 52.500cm^3$$

$$d) V = a^3 \rightarrow V = 5^3 = 125cm^3$$

e) A contagem pode ser feita de forma direta a partir de camadas. Por exemplo, começando do fundo, na primeira camada faltam $6 \times 10 - 18 = 42$; na segunda, faltam $60 - 4 = 56$; na terceira faltam $6 \times 10 - 2 = 58$; na quarta faltam $6 \times 10 - 3 = 57$ na quinta, faltam $6 \times 10 - 2 = 58$; na sexta e na sétima faltam na $6 \times 10 - 1 = 59$. Logo, o número de cubos que faltam é $42 + 56 + 57 + 2 \times 58 + 2 \times 59 = 115 + 116 + 118 = 389$.