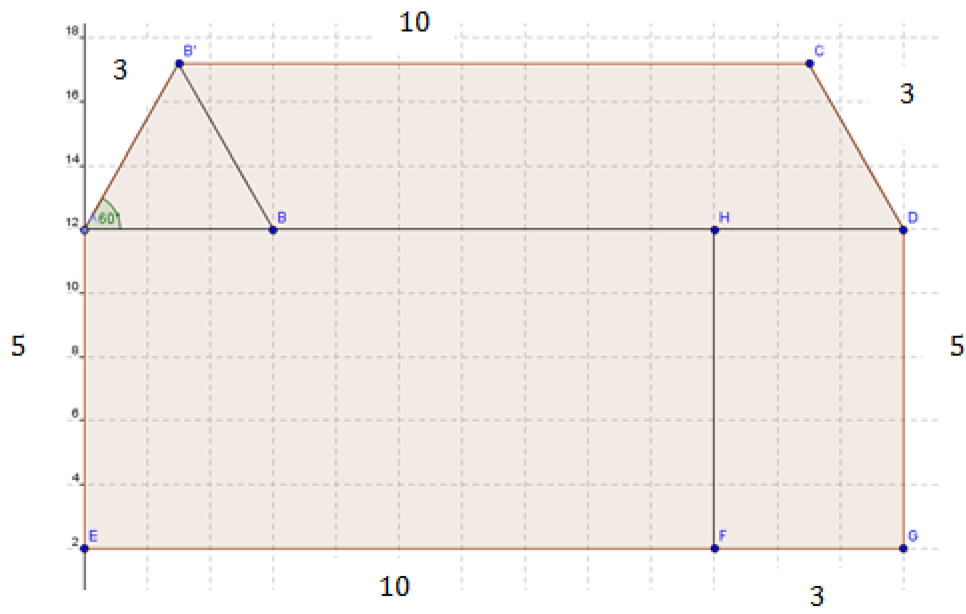
NÍVEL 1 M

SOLUÇÕES – SEMANA 30

O primeiro passo é construir o hexágono com as figuras dadas, ficando dessa forma:



Assim, percebemos que o perímetro da figura pode ser dado por:

$$P = 3 + 10 + 3 + 5 + 3 + 10 + 5 = 39$$

Logo o perímetro do hexágono é 39 $u.c$.

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 30

Seja N o número de voos, temos que 16% foram cancelados, restam 84% de N. Após isso, sabe-se que 35% foram cancelados pela chuva, ou seja, 35% de 84% de N, desta forma teríamos:

$$N = 0{,}35 \cdot 0{,}84 \cdot N$$

$$N = 0{,}294 \cdot N$$

$$N = 29{,}4\% \; de \; N$$

Somados ao 16% que já tinha sido cancelados, tem-se que a porcentagem total de voos que foram cancelados é $16 + 29{,}4 = 45{,}4\%$.

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 30

Analisando o problema, partiremos da primeira informação dada por Alfredo em relação a idade de seus três filhos, que o produto é 36. Com isso, montamos a seguinte tabela, com todos os possíveis ternos (a, b e c) que o produto P resulte em 36.

a	b	c	P
1	1	36	36
1	2	18	36
1	4	9	36
1	12	3	36
1	6	6	36
3	4	3	36
3	6	2	36
2	2	9	36

Com isso, abordando a segunda informação devemos somar o três termos, obtendo uma nova tabela:

a	b	c	S
1	1	36	38
1	2	18	21
1	4	9	14
1	12	3	16
1	6	6	13
3	4	3	10
3	6	2	11
2	2	9	13

Sabendo que o matemático precisou de mais uma informação para saber a idade dos três filhos, o número da casa é 13, que é o único número, que é o resultado de dois ternos (2,2,9) e (1,6,6).

Agora utilizando da última informação que parecia algo que não seria útil para o problema, conseguimos definir qual vai ser a idade dos três filhos, pois se existe um mais velho, desconsideramos o terno, (1,6,6). E assim a idade dos filhos de Alfredo, são 2 anos, 2 anos e 9 anos.

NÍVEL 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 30

Para determinar a altura máxima, utilizaremos do conceito do ponto máximo de um função do segundo grau, o vértice, a altura máxima irá se referir ao y do vértice, desta forma, pode-se calculado da seguinte forma:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_v = -\frac{(120^2 - 4(-25) \cdot 0)}{4(-25)} = -\frac{14400}{-100} = 144\ m$$

Portanto, a altura máxima atingida pelo projétil, será 144 metros.

Para determinar o tempo que o projétil permaneceu no ar, primeiramente devemos achar o x do vértice.

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{120}{-50} = 2{,}4s$$

Assim, temos que o projétil levou 2,4 segundos para alcançar sua altura máxima. Após isso, ele descerá, e levará mais 2,4 segundos para atingir a terra. Portanto, ele permaneceu no ar, durante 4,8 segundos.

NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 30

Analisando as proposições:

I) Verdadeira, se multiplicarmos as duas matrizes, teremos a tabela que é mostrada aos acionistas, que é o custo total por estação de matéria prima, pessoal e despesas gerais.

II) Temos que a primeira linha de M da o valor da matéria prima para cada produto, e a primeira coluna de P indica quantos produtos foram fabricados na estação verão, e assim por diante, em relação as colunas. Assim multiplicando a matriz teremos que a primeira linha dessa matriz MP representará o custo total de matéria prima em cada estação

III) Para saber o custo com despesas gerais para o outono, basta multiplicar a linha das despesas gerais da matriz M, pela coluna do outono da matriz P, e teremos:

$$0{,}1 \cdot 4500 + 0{,}2 \cdot 2600 + 0{,}15 \cdot 6200 = 1900$$

Assim temos que as duas primeiras proposições são verdadeiras.

Calculando os determinantes de cada matriz temos:

$$\begin{aligned} detM = {} & 0{,}1 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}15 + 0{,}3 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}1 + 0{,}15 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 - 0{,}15 \cdot 0{,}4 \\ & \cdot 0{,}1 - 0{,}1 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}2 - 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}1 = 0{,}0075 - 0{,}005 \\ & = 0{,}0025 \end{aligned}$$

Já a matriz P, não possui determinante pois é uma matriz não quadrada, e portanto não existe determinante, logo:

$$P_{3x4} \nexists \det P$$

NÍVEL 6 M

SOLUÇÕES – SEMANA 30

Basta saber a condição de colinearidade entre 3 pontos, onde específica que o determinante entre os três pontos seja 0. Desta forma, teremos a seguinte situação no problema:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2p} & 5p & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Resolvente o determinante, temos:

$$\frac{1}{2p} + 10p + 12 - 2 - \frac{3}{2p} - 20p = 0$$

$$-10p - \frac{2}{2p} = -10 \qquad \rightarrow \qquad -10p - \frac{1}{p} = -10$$

$$\frac{-10p^2 - 1}{p} = -10 \qquad \rightarrow \qquad 10p^2 - 1 + 10p = 0$$

Resolvendo pela fórmula de resolução de equação de segundo grau, obteremos:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-1) = 100 + 40 = 160$$

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \rightarrow \qquad p = \frac{-10 \pm \sqrt{160}}{2(10)} \qquad \rightarrow \qquad p = \frac{-10 \pm 4\sqrt{10}}{20}$$

$$p' = \frac{-10 + 4\sqrt{10}}{20} \qquad \rightarrow \qquad p'' = \frac{-10 - 4\sqrt{10}}{20}$$

Assim os possíveis valores de p para que os pontos sejam colineares são $\frac{-10+4\sqrt{10}}{20}$ e $\frac{-10-4\sqrt{10}}{20}$.

NÍVEL 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 30

Como não sabemos quanto tempo durou o salto, utilizamos a equação de Torricelli, com $v_{0y} = 0$ (no ponto mais alto) e $\Delta h = h_{max} = 80cm = 0{,}8m$:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot \Delta h \rightarrow 0^2 = V_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot h_{max}$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0{,}8$$

$$v_{0y} = \frac{4m}{s}$$

A duração total do salto do gato é igual ao dobro do tempo de subida, $t_{h_{max}}$, pois a descida demora o mesmo tanto:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$0 = 4 - 10 \cdot t_{h_{max}}$$

$$t_{h_{max}} = 0{,}4\ s$$

E o tempo decorrido do salto:

$$t_{fin} = 2 \cdot 0{,}4 \rightarrow t_{fin} = 0{,}8\ s$$

Finalmente, utilizando a função horária do MU e adotando $x_0 = 0$, temos:

$$x = x_0 + v_x \cdot t$$

$$2 = 0 + v_x \cdot 0{,}8\ \therefore v_x = v_{0x} = 2{,}5\ m/s$$

NÍVEL 5 F

SOLUÇÕES – SEMANA 30

A energia mecânica corresponde ao valor da energia potencial gravitacional da massa m (expressa em kg) à altura h, em relação ao solo:

$$\Delta E = m \cdot g \cdot h$$

$$\Delta E = m \cdot 10 \cdot h$$

$$\Delta E = 10\, m \cdot h\, joules\ (1)$$

A quantidade de calor Q, que vai aquecer a água, pode ser dada pela fórmula:

$$Q = m' \cdot c \cdot \Delta\theta$$

Mas $m' = 10^3 m$ (expressa em gramas), $\Delta\theta = 2°C$ e $c = \frac{1,0 cal}{g \cdot °C}$. Então:

$$Q = 10^3 m \cdot h = 2 \cdot 10^3 m \cdot 4{,}18$$

$$h = 8{,}36 \cdot 10^2 m \rightarrow h = 836\, m$$

Portanto, para se aquecer $2°C$, admitindo não ocorrer nenhuma perda energética, a referida massa de água deveria cair de uma altura de 836 metros.

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 30

Como o circuito está ligado em série teremos uma corrente elétrica igual em todos os pontos do circuito. Sendo assim:

$\frac{U_1}{i} = R_1$ e $\frac{U_2}{i} = R_2$

$$i = i$$

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

Substituindo os valores na expressão acima:

$$\frac{U_1}{20} = \frac{36}{8}$$

$$U_1 = 90\ V$$

Agora basta somar as duas tensões:

$$U_{Total} = U_1 + U_2$$

$$U_T = 90 + 36 = 126\ V$$