NÍVEL 1 M

SOLUÇÕES – SEMANA 29

Não é possível formar triângulos com 4 segmentos de 1 cm, pois não está de acordo com a condição básica para existir um triângulo, a soma de dois lados deve ser maior que a medida do terceiro. Nesse caso, poderíamos ter 2 lado com 1 cm e outro com 2, porém se somássemos os dois de 1 a medida seria igual ao outro lado que mede 2 cm, e não maior.

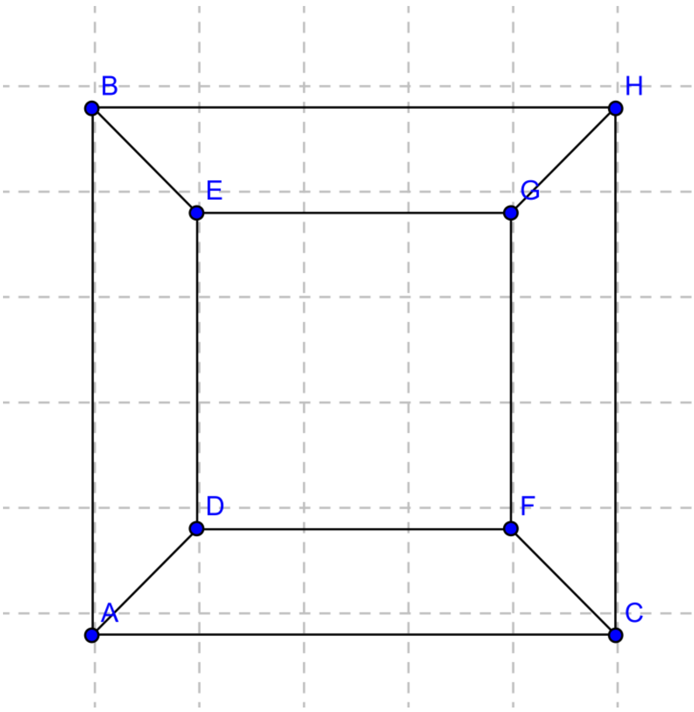
Com 5 seria possível, se um lado medisse um segmento e outros dois cada um com 2 segmentos, satisfazia a condição de a soma de dois lados maior que a medida do terceiro.

Com 7, satisfaz do mesmo jeito, um lado com 3 segmentos, dois com 2 segmentos.

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 29

Desenhando a situação dada no problema teremos a seguinte figura:



Com o desenho, e sabendo a medida da base maior e base menor do trapézio que é dada pelo problema, conseguimos definir que o quadrado do meio tem lado 30 cm, e portanto terá área de 900 cm^2. O quadrado maior tem lado igual a base maior do trapézio, que é 50 cm, logo sua área será igual a 2500 cm^2. Portanto, a área delimitada pelos trapézios é 1600 cm^2. Como temos 4 trapézios, a área de um trapézio será igual a 400 cm^2.

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 29

a) para resolver o problema basta observar que se tem a diferença de dois quadrados. Aplicando o produto notável:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Assim, a equação dada no problema pode ser escrita na forma:

$$(m+n)(m-n)=2011$$

Como 2011 é um número primo, temos que os fatores só podem ser 1 e 2011, desta forma teremos as seguintes possibilidades:

$$\begin{cases} m+n=2011 \\ m-n=1 \end{cases}$$

Ou

$$\begin{cases} m+n=1 \\ m-n=2011 \end{cases}$$

Resolvendo o primeiro sistema, temos:

$$m=2011-n$$

$$2011-n-n=1 \rightarrow 2011-2n=1 \rightarrow -2n=-2010 \rightarrow n=1005$$

$$m=2011-n \rightarrow m=2011-1005=1006$$

Neste primeiro caso $m=1006$ e $n=1005$, que satisfazem a condição do problema

Para o segundo caso:

$$m=1-n$$

$$1-n-n=2011 \rightarrow 1-2n=2011 \rightarrow -2n=2010 \rightarrow n=-1005$$

Como o valor de n já encontrado é negativo, não precisamos calcular o m, pois os valores devem ser ambos inteiros positivos.

b) Observando, que $x + \frac{1}{x} = 5$, podemos elevar ao quadrado ambos os lados e teremos:

$$x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 5^2$$

Simplificando a expressão:

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25$$

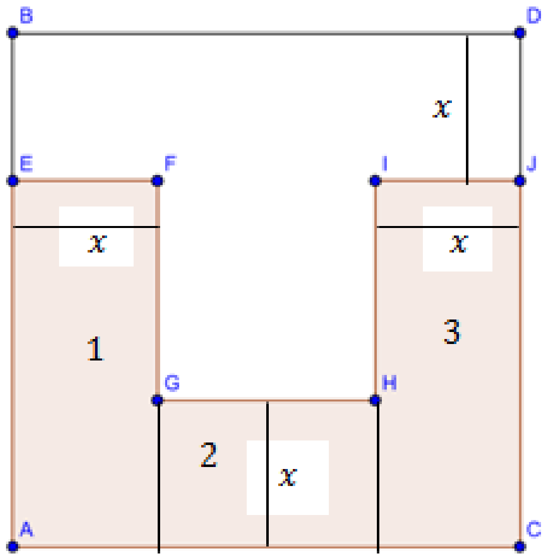
Isolando a expressão dada no enunciado:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

NÍVEL 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 29

Primeiramente, devemos encontrar a função do terreno para orquídeas, em relação ao lado do pátio, sabe-se que como o pátio é quadrado, o lado do pátio terá $8m$.
Dividindo o terreno para orquídeas em três retângulos, teremos:



Assim, o retângulo 1, terá os lados, $x\ e\ 8 - x$, e a área será dada em função de $x(8 - x)$;
O retângulo 2, terá os lados, $x\ e\ 8 - 2x$, e a área será dada em função de $x(8 - 2x)$;
O retângulo 3, terá mesma área do que o retângulo 1.
Assim a área total do terreno para orquídeas é dada por:

$$A = 2x(8 - x) + x(8 - 2x)$$

Simplificando a expressão tem-se:

$$A = 16x - 2x^2 + 8x - 2x^2$$
$$A = -4x^2 + 24x$$

Encontrado o x do vértice da questão, encontramos a medida de x, para que a área seja máxima, desta forma:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{24}{2(-4)} = -\frac{24}{-8} = 3$$

Para encontrar a área máxima, basta calcularmos o y do vértice:

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(24^2 - 4(-4)\cdot 0)}{4(-4)} = -\frac{576}{-16} = 36$$

Então, temos que o valor de x para que o terreno tenha a maior área possível é 3m, e a área máxima desse terreno é $36m^2$.

NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 29

Observando as informações do problema, monta-se as seguintes equações, determinando que x seja o preço do sanduíche, y o preço da xícara de café e z o preço do pedaço da torta:

$$3x + 7y + z = 31{,}50$$

$$4x + 10y + z = 42$$

Devemos descobrir quanto da a expressão $x + y + z$

Para isso, partiremos que as duas equações contém somente um pedaço de torta, ou seja, um z, então isolaremos em cada equação essa incógnita:

$$z = 31{,}50 - 7y - 3x$$

$$z = 42 - 10y - 4x$$

Assim, igualamos as duas equações, desta forma:

$$31{,}5 - 7y - 3x = 42 - 10y - 4x$$

Simplificando a expressão, temos:

$$31{,}5 - 42 = -10y - 4x + 7y + 3x$$

$$-10{,}5 = -3y - x$$

Dividindo por -1 a equação, e isolando x, tem-se:

$$10{,}5 - 3y = x$$

Aplicando em z temos:

$$z = 31{,}5 - 7y - 3(10{,}5 - 3y)$$

$$z = 31,5 - 7y - 31,5 + 9y$$

$$z = 2y$$

Aplicando em $x + y + z$:

$$10,5 - 3y + y + 2y = 10,5 - 3y + 3y = 10,5$$

Logo 1 sanduíche, 1 xícara de café e um pedaço de torta, custam R$10,50.

NÍVEL 6 M

SOLUÇÕES – SEMANA 29

Para a parábola e a circunferência se interceptarem em determinados pontos, as coordenadas desses pontos devem ser iguais as duas, logo deve existir uma igualdade entre as duas equações para que isso aconteça:

Isolando o termo x^2 em cada equação obteremos:

$$x^2 = 2y + 4$$

$$x^2 = 4 - y^2$$

Igualando as duas equações, temos:

$$2y + 4 = 4 - y^2$$

$$y^2 + 2y = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau do tipo $ax^2 + bx = 0$, teremos:

$$y(y + 2) = 0$$

$$y' = 0$$

$$y'' + 2 = 0 \rightarrow y'' = -2$$

Para $y = 0$, obteremos os seguintes valores para x:

$$x^2 = 2 \cdot 0 + 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$x' = -2\ e\ x'' = 2$$

Para $y = -2$, tem-se:

$$x^2 = 2 \cdot (-2) + 4 = -4 + 4 \rightarrow x' = x'' = 0$$

Desta forma teremos os pontos $A(-2,0), B(0,-2)\ e\ C(2,0)$.

Aplicando na fórmula da área de um triângulo:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

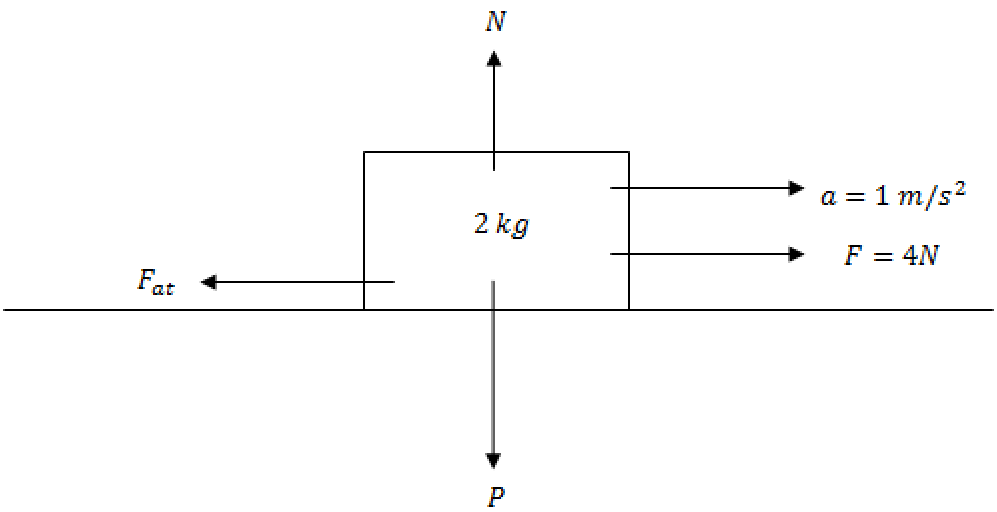
Calculando o determinante, obtemos 8, logo a área do triângulo é:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4\ u.a.$$

NÍVEL 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 29

a) Isolando a caixa, temos:



Aplicando a 2ª lei de Newton, podemos escrever:

$$F_R = ma \rightarrow F - F_{at} = ma \rightarrow 4 - F_{at} = 2 \cdot 1 \rightarrow F_{at} = 2N$$

b) Durante o movimento, atua sobre a caixa a força de atrito cinético.

$$F_{at} = \mu_d \cdot N = \mu_d \cdot P \rightarrow 2 = \mu_d \cdot 20 \rightarrow \mu_d = 0{,}10$$

c) Para que o movimento da caixa seja uniforme, a força resultante deverá ser nula.

$$F_R = 0 \rightarrow F - F_{at} = 0 \rightarrow F = F_{at} \rightarrow F = 2N$$

NÍVEL 5 F

SOLUÇÕES – SEMANA 29

Com os dados, podemos montar uma tabela:

	m	c	t_r	t_i
$CALORÍMETRO$	20		25	20
$ÁGUA$	80	1	25	20
$SÓLIDO$	100	C	25	85

$$Q_{calor} + Q_{água} + Q_{sólido} = 0$$

$$\rightarrow 20 \cdot (25 - 20) + 80 \cdot 1 \cdot (25 - 20) + 100 \cdot c \cdot (25 - 85)$$
$$== 0$$

$$100 + 400 - 6000c = 0$$

$$6000c = 500$$

$$c \cong 0{,}08\ cal \cdot g^{-1} \cdot {}^{\circ}C^{-1}$$

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 29

a) A corrente pode ser obtida pela relação:

$$P = Ui \to 100 = 220 \cdot i \to i = 0{,}45\ A$$

b)A resistência pode ser obtida pela relação:

$$P = \frac{U^2}{R} \to 100 = \frac{(220)^2}{R} \to R = 484\ \Omega$$

c) A resistência elétrica será a mesma, mas como ela está ligada a uma ddp menor que a nominal $(110 < 220V)$ o seu brilho será menor.

d) Apresentará um brilho mais intenso e logo queimará.