NÍVEL 1 M

SOLUÇÕES – SEMANA 28

Primeiramente, como o móbile está equilibrada podemos dizer que todas as partes estão em equilíbrio, e assim a parte da esquerda possui metade da massa total, ou seja, 84 gramas, e a parte da direita também pesa igualmente 84 gramas. Desta forma podemos concluir que o quadrado e a lua, possuem metade dessa massa, pois sozinhos estão equilibrando cada um dos lados do móbile, ou seja cada um pesa 42 gramas. O triângulo pesa metade disso pois da mesma forma está equilibrando o lado na extrema direita, então ele possui massa igual a 21 gramas. O círculo e a estrela pesam ambos 10,5 gramas. A Lua com as bolinhas nas extremidades pesa 21 gramas assim como o retângulo.

Se a estrela pesasse 43 gramas, teríamos que o círculo deveria pesar 43 gramas também, para estar em equilíbrio. O triângulo pesaria $43 \cdot 2 = 86$. O quadrado pesaria $86 \cdot 2 = 172$. Multiplicando por 4 esse valor encontramos a massa total do móbile que é $172 \cdot 4 = 688\ gramas$.

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 28

a) $\left\{\{[(10 \cdot 4) + 20] - 2 \cdot 10\} - 10\right\} + 3 \cdot 10$

b) Primeiramente, a professora imaginou uma incógnita para a idade dela, suponhamos x, pois a mesma não sabia qual era. Então, pediu para que Esmeralda multiplica-se por 4, assim a professora pensou em $4x$. Logo após isso, ela pediu para somar 20 ao resultado, ficando: $4x + 20$. Depois ela ordenou que Esmeralda subtrai-se o dobro da idade dela, para professora ficando a seguinte situação: $4x + 20 - 2x$. Depois para que ela subtrai-se 10 do total, obtendo: $4x + 20 - 2x - 10$. E por fim, que somasse o triplo da idade dela. $4x + 20 - 2x - 10 + 3x$. Quando Esmeralda fala o resultado total, a professora tem uma simples equação do primeiro grau, resolvendo-a, encontra a idade de Esmeralda da seguinte forma:

$$4x + 20 - 2x - 10 + 3x = 60$$

$$5x - 10 = 60$$

$$5x = 50$$

$$x = 10$$

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 28

Primeiramente, observa-se que se elevarmos $x + y$ à quarta potência, obtém-se:

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

Percebe que nesta forma temos o x^4 e y^4. Colocando $2xy$ em evidência, pode ser escrito de seguinte forma:

$$(x + y)^4 = x^4 + y^4 + 2xy(2x^2 + 3xy + 2y^2)$$

Agora colocando o 2 em evidência:

$$(x + y)^4 = x^4 + y^4 + 2xy(2(x^2 + y^2) + 3xy)$$

Aplicando os valores dados no enunciado, tem-se:

$$5^4 = x^4 + y^4 + 2 \cdot 7 \cdot (2 \cdot 8 + 3 \cdot 7)$$

$$5^4 = x^4 + y^4 + 14(16 + 21)$$

$$625 = x^4 + y^4 + 518$$

$$x^4 + y^4 = 625 - 518$$

$$x^4 + y^4 = 107$$

Assim, o valor de $x^4 + y^4$ é 107.

NÍVEL 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 28

a) O instante que a bola voltar ao solo, sua altura assume o valor 0. Então temos:

$$0 = -2t^2 + 8t$$
$$0 = t(-2t + 8)$$
$$t' = 0$$
$$-2t'' + 8 = 0 \rightarrow t'' = 4s$$

Assim a bola retornará ao solo após 4 segundos.

b) Para calcular a altura máxima atingida pela bola, basta calcular o y do vértice.

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(8^2 - 4(-2) \cdot 0)}{4(-2)} = -\frac{64}{-8} = 8\,metros$$

NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 28

Primeiramente deve-se montado equações com informação dada no problema.

Assim, sabendo que o cliente gastou 145 mil reais e ele comprou 650 barras no total, temos:

$$x(200) + y(100) + z(350) = 145000$$

$$x + y + z = 650$$

As variáveis x,y e z são o número de barras de aço, ferro e aço inox, respectivamente.

Além disso, sabe-se que a diferença entre o número de barras de aço e de ferro que ele comprou é de 150, ou seja:

$$x - y = 150$$

Assim, temos um sistema linear de três equações e três incógnitas:

$$\begin{cases} 200x + 100y + 350z = 145000 \\ x + y + z = 650 \\ x - y = 150 \end{cases}$$

Para resolver, utilizaremos do método de escalonamento, assim escreveremos o sistema na forma de uma matriz:

$$\begin{bmatrix} 200 & 100 & 350 & 145000 \\ 1 & 1 & 1 & 650 \\ 1 & -1 & 0 & 150 \end{bmatrix}$$

Agora multiplicaremos por 200 a segunda e terceira linha, então teremos:

$$\begin{bmatrix} 200 & 100 & 350 & 145000 \\ 200 & 200 & 200 & 130000 \\ 200 & -200 & 0 & 30000 \end{bmatrix}$$

Subtraindo a primeira linha da segunda, e a primeira linha da terceira, obteremos:

$$\begin{bmatrix} 200 & 100 & 350 & 145000 \\ 0 & -100 & 150 & 15000 \\ 0 & 300 & 350 & 115000 \end{bmatrix}$$

Multiplicando a segunda linha por 3, teremos:

$$\begin{bmatrix} 200 & 100 & 350 & 145000 \\ 0 & -300 & 450 & 45000 \\ 0 & 300 & 350 & 115000 \end{bmatrix}$$

Somando a segunda linha com a terceira:

$$\begin{bmatrix} 200 & 100 & 350 & 145000 \\ 0 & -100 & 150 & 15000 \\ 0 & 0 & 800 & 160000 \end{bmatrix}$$

Agora obtemos uma simples equação para encontrar o valor de z, desta forma:

$$800z = 160000 \qquad \rightarrow \qquad z = 200$$

Obtendo isso, temos que y:

$$-100y + 150z = 15000 \qquad \rightarrow \qquad -100y + 150 \cdot 200 = 15000$$

$$-100y = 15000 - 30000 \qquad \rightarrow \qquad y = 150$$

Aplicando o valor de z e de y, encontramos o valor de x:

$$200x + 100y + 350z = 145000$$

$$200x = 145000 - 15000 - 70000 \qquad \rightarrow \qquad x = 300$$

Assim, temos que o cliente comprou 300 barras de aço, 150 barras de ferro, e 200 de aço inox.

NÍVEL 6 M

SOLUÇÕES – SEMANA 28

Primeiramente temos que os lados AC e BC do triângulo são iguais, logo a distância entre os pontos A e C, e a distância entre B e C, são iguais, assim:

$$d(AC) = d(BC)$$

Como a distância entre dois pontos A e B é dada por:

$$d(AB) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Assim, teríamos:

$$\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(x_C - y_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

Elevando ao quadrado os dois membros da equação:

$$(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$$

$$(x_C - 4)^2 + (y_C - 3)^2 = (x_C)^2 + (y_C - 3)^2$$

$$(x_C - 4)^2 = x_C^2$$

$$x_C^2 - 8x_C + 16 = x_C^2$$

$$-8x_C = -16$$

$$x_C = 2$$

Como o ponto C, está no eixo x, temos que y = 0

Logo as coordenadas do ponto C são (2,0).

NÍVEL 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 28

Primeiramente, calcularemos as componentes do peso:

$$P = m \cdot g$$

$$P = 3 \cdot 10 = 30N$$

$$Px = P \cdot sen\theta$$

$$Py = P \cdot cos\theta$$

$$Px = P \cdot sen\theta \rightarrow 30 \cdot sen30 = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15N$$

$$Py = P \cdot cos\theta \rightarrow 30 \cdot cos30 = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25{,}98N$$

Como a componente que causa o movimento do bloco é Px, temos que a força que causa a deformação na mola é essa. Assim, temos:

$$F = kx$$

$$15 = k(1{,}5 - 1{,}2)$$

$$k = \frac{15}{0{,}3} = 50\ N/m$$

NÍVEL 5 F

SOLUÇÕES – SEMANA 28

a) $Q = m.c.\Delta T = \frac{1{,}3 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot 1020 \cdot 57 = 37{,}8\,J$

b) $20\,aspirações/min$ = $1200\,aspirações/hora$ = $1200 \cdot 37{,}8\,J$ = $4{,}536 \cdot 10^{4}\,J/hora$

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 28

Primeiramente, deve-se observar qual foi o mês com maior consumo de energia, e o mês com o menor consumo, pois assim teremos a maior diferença possível. Percebe-se que o mês com maior consumo foi Setembro de 2008, com um consumo de 390 kWh. Já o mês com o menor consumo, está empatado o mês de Março de 2009, e Maio de 2008, ambos com 200 kWh. Com isso, temos que a maior diferença de consumo é:

$$390 - 200 = 190\ kWh$$

Sabendo que o preço do kWh é R$0,40, temos que a maior diferença entre os gastos de energia foi de:

$$190 \cdot 0{,}4 = 76$$

R:R76,00