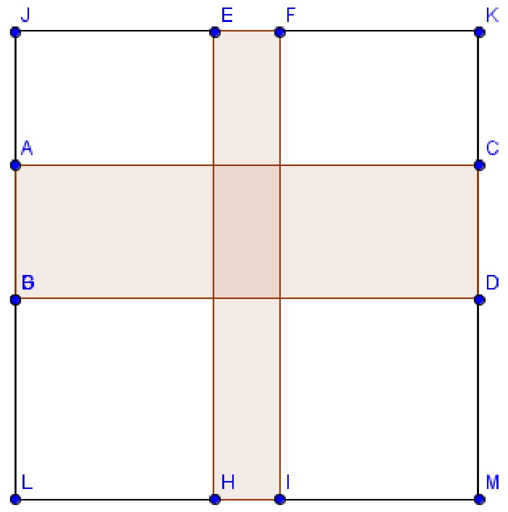
NÍVEL 1 M

SOLUÇÕES – SEMANA 27

Facilmente, percebe-se que se traçarmos linhas paralelas ao lados, obtém-se um quadrado, desta forma:



Assim, tem-se que o lado desse quadrado é 23 cm, logo seu perímetro será $23 \cdot 4 = 92$ cm.

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 27

Primeiramente calculamos a área do retângulo:

$$A = AD \cdot AB = 7 \cdot 16 = 112\ cm^2$$

Calculando $\frac{3}{4}$ desta área obtém-se:

$$\frac{3}{4} \cdot 112 = 84\ cm^2$$

Essa área corresponde á região cinza, que logo pode-se notar que trata-se de um trapézio, tendo a área, a base maior e altura, resta a nós calcular a base menor, da seguinte forma:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \quad \rightarrow \quad 84 = \frac{(16 + b) \cdot 7}{2}$$

$$168 = 112 + 7b \quad \rightarrow \quad 168 - 112 = 7b \quad \rightarrow \quad 56 = 7b$$

Logo a base menor mede $8cm$.

Desta forma pode-se declarar que o ponto Q é o ponto médio de BC. Analisando os triângulos $QCP\ e\ ABQ$ percebe-se que eles são congruentes pelo critério ALA (Ângulo Lado Ângulo). Pois os ângulos $\angle CQP$ e $\angle BQA$ são opostos pelo vértice, logo são iguais. Os dois triângulos possuem o ângulo reto, e também possuem uma lado medindo 8 cm. Logo eles são congruentes.

Assim, $AB \equiv CP$, ou seja, $CP = 7\ cm$.

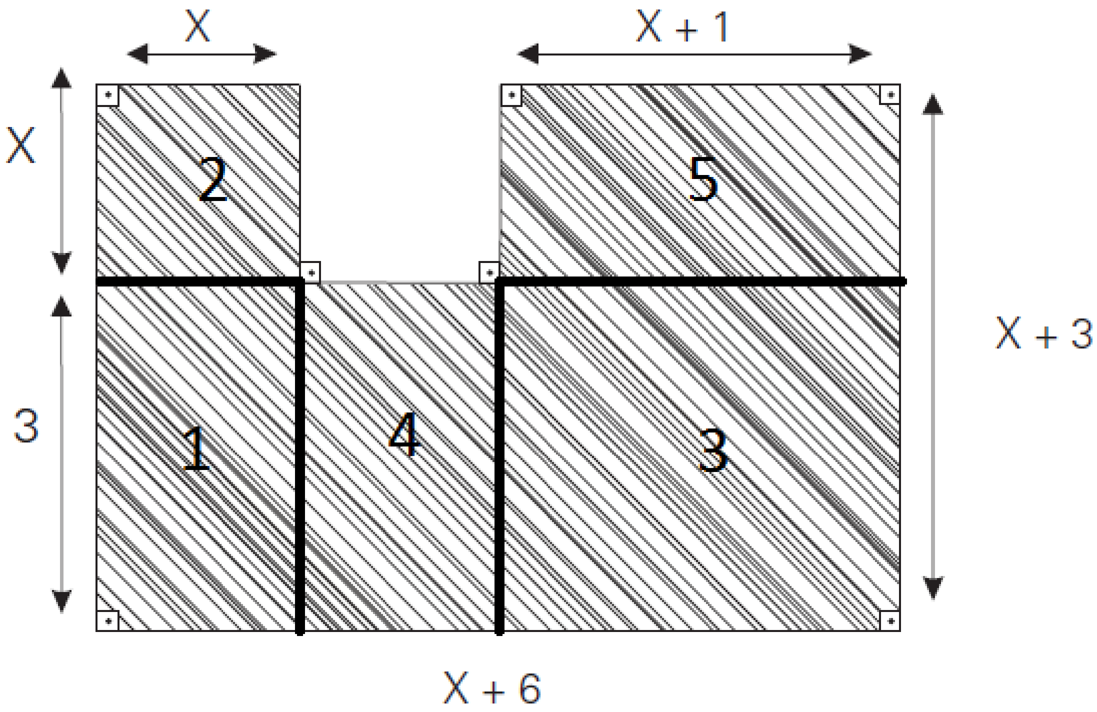
Como $DP = DC + CP$, tem-se:

$$DP = 7 + 7 = 14\ cm$$

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 27

Primeiramente, dividimos a figura da seguinte forma:



Agora calculamos a área de cada retângulo:

$$A_1 = 3 \cdot x$$

$$A_2 = x \cdot x = x^2$$

$$A_3 = (x + 1) \cdot 3 = 3x + 3$$

$$A_4 = 3 \cdot (x + 6 - x - (x + 1)) = 3 \cdot (-x + 5) = -3x + 15$$

$$A_5 = x \cdot (x + 1) = x^2 + x$$

A partir disso, somamos as áreas:

$$A_T = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

$$A_T = 3x + x^2 + 3x + 3 - 3x + 15 + x^2 + x$$

$$A_T(x) = 2x^2 + 4x + 18$$

O Polinômio que representa a figura é :

$$A_T(x) = 2x^2 + 4x + 18$$

b) Partindo que o perímetro vai ser dado por:

$$P = (x + 3) + (x + 6) + (x + 3) + (x + 1) + (x) + (-x + 5) + (x) + (x)$$

Agora adotando o valor do perímetro como 25, temos:

$$24 = 6x + 18$$

$$24 - 18 = 6x$$

$$6 = 6x$$

$$x = 1$$

NÍVEL 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 27

Primeiramente, como não sabemos as dimensões dos lados, podemos definir que o perímetro pode ser dado por:

$$P = 2x + y$$

Como o perímetro é 36m, temos:

$$36 = 2x + y$$

Desta forma, temos que a área será dada por:

$$A = x \cdot y$$

Tendo assim 2 equações, na primeira isolaremos o x:

$$2x = 36 - y$$

$$x = 18 - \frac{y}{2}$$

Aplicando o valor de x na fórmula da área, obtemos:

$$A = \left(18 - \frac{y}{2}\right) \cdot y$$

$$A = 18y - \frac{y^2}{2}$$

Assim, obtemos que a área é dada em função de y, e para encontrar o valor da área máxima do terreno com suas devidas dimensões, basta encontrarmos o vértice desta função, desta forma:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Onde:

$$b = 18$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 18^2 = 324$$

Ficando assim:

$$x_v = -\frac{18}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{18}{-1} = 18$$
$$y_v = -\frac{324}{4\left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{324}{-2} = 162$$
Assim temos, que a área máxima do terreno será $162m^2$
E a dimensão do lado maior é $18m$.
Aplicando na primeira equação:
$$x = 18 - \frac{y}{2} \rightarrow x = 18 - \frac{18}{2} = 9$$
Então as dimensões do terreno para que o mesmo tenha área máxima, são $9m\ e\ 18m$.

NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 27

Primeiramente analisaremos as proposições dadas no enunciado, como o Azul de Minas possui a vitórias, b empates e c derrotas. Pelo enunciado teremos que o Tricolor Paulista possui a vitórias, c empates e b derrotas. Já o Colorado, possui b vitórias, a empates e c derrotas.

A partir disso, monta-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ a & c & b \\ b & a & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 58 \\ 54 \\ 38 \end{pmatrix}$$

Multiplicando as matrizes, temos:

$$\begin{pmatrix} 3a + b \\ 3a + c \\ 3b + a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 58 \\ 54 \\ 38 \end{pmatrix}$$

Assim, obtemos um sistema linear de três equações e três incógnitas:

$$\begin{cases} 3a + b = 58 \\ 3a + c = 54 \\ 3b + a = 38 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 58 - 3a \\ c = 54 - 3a \\ a = 38 - 3b \end{cases}$$

Aplicando b na última equação:

$$a = 38 - 3(58 - 3a)$$

$$a = 38 - 174 + 9a$$

$$8a = 136$$

$$a = 17$$

Aplicando o valor de a na segunda equação:

$$c = 54 - 3(17)$$

$$c = 54 - 51$$

$$c = 3$$

Aplicando o valor de a na primeira equação:

$$b = 58 - 3(17)$$

$$b = 58 - 51$$

$$b = 7$$

Assim temos que o Azul de Minas tem 17 vitórias, 7 empates e 3 derrotas, o Tricolor Paulista tem 17 vitórias, 3 empates e 7 derrotas e o Colorado tem 7 vitórias, 17 empates e 3 derrotas.

Pode-se concluir que o campeonato está na rodada 27, somando o número de vitórias, empates, e derrotas de qualquer time.

NÍVEL 6 M

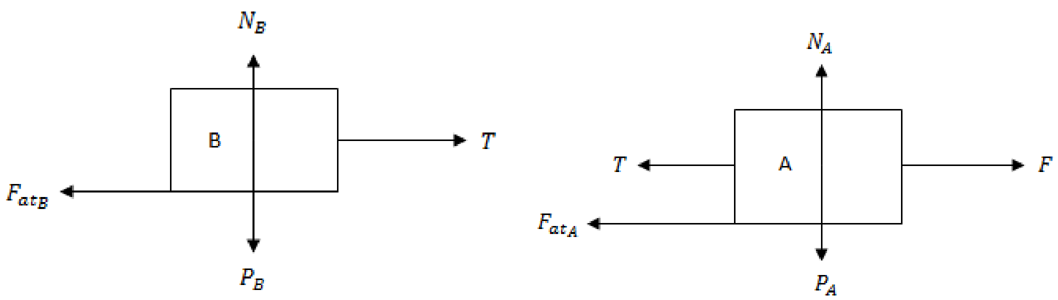
SOLUÇÕES – SEMANA 27

Tomamos um ponto qualquer, de cor aleatória, por exemplo, azul. Para que não haja nenhum ponto de mesma cor a uma distância de 1km, todos os pontos que ficam a essa distância devem ser vermelhos, formando uma circunferência com raio de 1km. Porém, tomando um ponto qualquer dessa circunferência (ponto vermelho) e gerando uma nova circunferência com raio de 1km, teremos a intersecção entre as duas circunferências. Nessa intersecção, que fica a uma distância de 1km dos dois pontos tomados, ficará um ponto de cor vermelha ou azul e portanto, haverá dois pontos de mesma cor que são separados por uma distância de 1km.

NÍVEL 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 27

a) Isolando as forças sobre os blocos:



Como os blocos não se movimentam na vertical, temos:

$$F_{at_A} = \mu N_A \rightarrow F_{at_A} = \mu P_A = 0{,}4 \cdot 30 = 12N$$

$$F_{at_B} = \mu N_B \rightarrow F_{at_B} = \mu P_B = 0{,}4 \cdot 70 = 28N$$

Utilizando a 2ª lei de Newton na direção horizontal:

$$Corpo\ A: F - T - F_{at_A} = m_A \cdot a$$

$Corpo\ B$: $\qquad T - F_{at_B} = m_B \cdot a$

$$F - F_{at_A} - F_{at_B} = (m_A + m_B) \cdot a \rightarrow 50 - 12 - 28 = (3 + 7) \cdot a$$

$$a = 1\, m/s^2$$

b) Da 2ª equação: $T - F_{at_B} = m_{Ba} \rightarrow T - 28 = 7 \cdot 1 \rightarrow T = 35N$

NÍVEL 5 F

SOLUÇÕES – SEMANA 27

Para determinar a área, basta calcular a área de uma face de um cubo e multiplicar por 6, assim saberemos a área total do cubo:

$$0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16\ m^2$$

$$0{,}16 \cdot 6 = 0{,}96\ m^2$$

Agora aplicamos a fórmula do fluxo de calor:

$$\Theta = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{e}$$

$$\Theta = \frac{1 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}96 \cdot 30}{0{,}02}$$

$$\Theta = 14{,}4\ J/s$$

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 27

a) Corrente elétrica real: sentido contrário a $\vec{E}$. Corrente elétrica convencional: mesmo sentido de $\vec{E}$.

b) Os músculos do corpo humano, entre eles o coração, movimentam-se pelas correntes elétricas produzidas pelo sistema nervoso. Numa parada cardíaca, utiliza-se a corrente elétrica para que haja a retomada dos movimentos do coração.

c) Quando as superfícies de um aparelho elétrico estão a um potencial elétrico diferente das outras superfícies que as cercam, podem ser produzidas pequenas descargas. Se você tocar simultaneamente superfícies que apresentam potenciais diferentes, seu corpo se tornará o caminho pela qual fluirá a carga elétrica até que se estabeleça o equilíbrio. Ás vezes, o efeito não é tão leve. A fim de evitar esse problema, as superfícies externas dos aparelhos elétricos estão ligadas à Terra, através do terceiro pino nas tomadas de três pinos.

d) A pilha estabelece corrente elétrica contínua, enquanto a rede elétrica residencial estabelece corrente elétrica alternada.