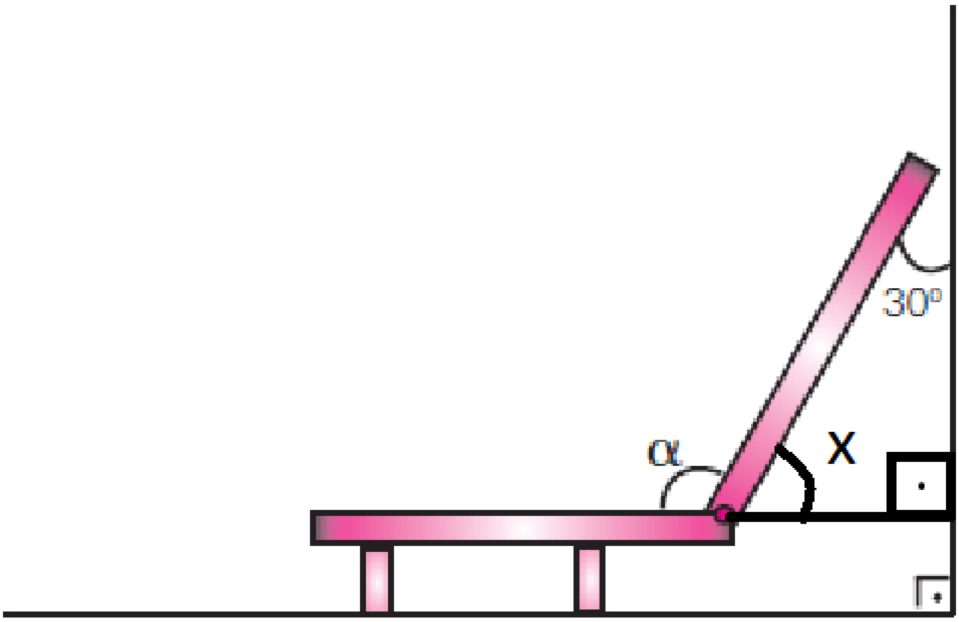
NÍVEL 1 M

SOLUÇÕES – SEMANA 26

Primeiramente, imaginamos uma outra reta no desenho da seguinte forma:



Percebemos que os ângulos de 30° e 90° continuam inalterados e temos agora um triângulo, onde a soma dos ângulo internos é igual a 180°, então:

$$180 = 30 + 90 + x$$

$$x = 60°$$

Também podemos concluir que $x + \alpha = 180$, e assim podemos obter que $\alpha = 120°$

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 26

Como $BC = CD$ temos que o triângulo BCD é isósceles, e portanto seus ângulos adjacentes a base são congruentes, logo se o ângulo $\measuredangle CDB = 40°$, o ângulo $\measuredangle CBD$ também é igual a 40°. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, conclui-se que o ângulo $\measuredangle BCD$ é igual a 100°. Assim temos também que o triângulo ABC é isósceles, pois possui dois lados iguais, $AB = BC$, e portanto os ângulos adjacentes a base são congruentes. O ângulo $\measuredangle ACB$ pode ser encontrado simplesmente subtraindo de 180°, o ângulo $\measuredangle BCD$ que é igual a 100°, e assim o ângulo $\measuredangle ACB$ é 80° e pela propriedade do triângulo isósceles o ângulo $\measuredangle CAB$ é 80°. E partindo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, o ângulo $\measuredangle CBA$ é igual a 20°.

O ângulo x pode ser dado da seguinte forma:

$$x + 40 + 20 = 180$$

$$x = 120°$$

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 26

a) Primeiramente, Bianca multiplica o número do mês de seu aniversário por 2, generalizando teríamos dessa forma:

$$N \cdot 2$$

Após isso ela terá que adicionar 5 a esse resultado: $N \cdot 2 + 5$

Agora multiplica-se por 50 esse valor:

$$(N \cdot 2 + 5) \cdot 50$$

Adicionando a Idade, tem-se:

$$(2 \cdot N + 5) \cdot 50 + I$$

Subtraindo 250, temos:

$$X = (2 \cdot N + 5) \cdot 50 + I - 250$$

Reduzindo ela, obtemos:

$$X = 100N + 250 + I - 250 \qquad \rightarrow \qquad X = 100N + I$$

b) Se $X = 819$, então:

$$819 = 100N + I$$

Percebe-se que se dividirmos 819 por 100 poderíamos escrever o número da seguinte forma:

$$8 \cdot 100 + 19 = 100N + I$$

Logo observamos que $N = 8$ e $I = 19$

Então Bianca tem 19 anos e nasceu no mês de Agosto.

NÍVEL 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 26

a) Através da simetria da parábola, temos que o tempo necessário para ir de S = 0 até S = 1km foi de 1h, então para ir de S = 1km para S = 0 também será de 1h e portanto são 2h para sair de S = 0 e voltar.

b) Por ser uma parábola, a equação será:

$$S(t) = at^2 + bt + c$$

Para $t = 0 \;\rightarrow\; S = 0$ e portanto $c = 0$.

Temos: $x_V = -\frac{b}{2a} \;\rightarrow\; 1 = -\frac{b}{2a} \;\rightarrow\; b = -2a$

Para $t = 1 \;\rightarrow\; S = 1 \;\rightarrow\; 1 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 \;\rightarrow\; 1 = a + b \;\rightarrow\; 1 = a - 2a \;\rightarrow\; a = -1$

Assim, $b = -2a \;\rightarrow\; b = 2$

Portanto, a equação da posição em função do tempo será: $S(t) = -t^2 + 2t$

c) $45\text{min} = \frac{3}{4}\text{h} \;\rightarrow\; \text{S}\left(\frac{3}{4}\right) = -\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \;\rightarrow\; \text{S}\left(\frac{3}{4}\right)$

$$= -\frac{9}{16} + \frac{6}{4} = \frac{-9 + 24}{16} = \frac{15}{16}$$

Portanto, $S\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{15}{16} km$ ou $937{,}5m$.

NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 26

A equação equivale a:

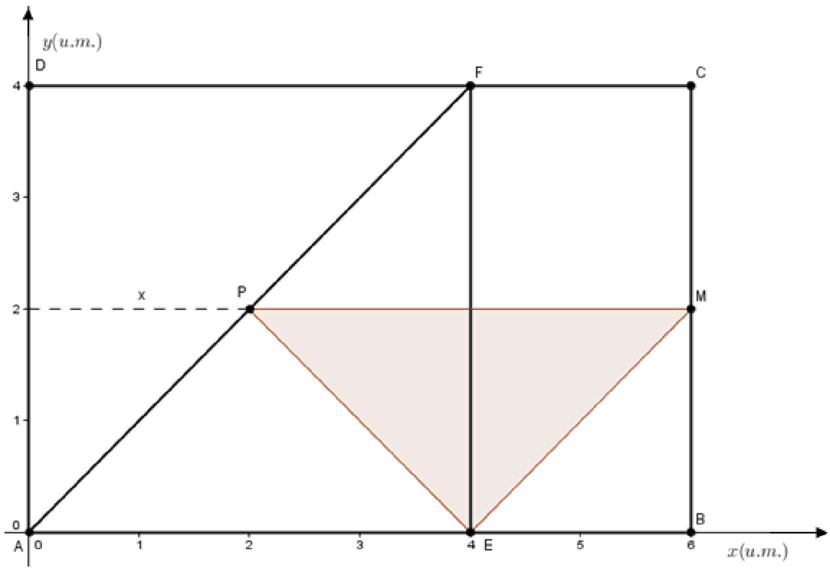
$$\begin{bmatrix} 3a-2b & a+2b \\ 3c-2d & c+2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \left.\begin{matrix} 3a-2b=5 \\ a+2b=7 \end{matrix}\right\} \rightarrow a=3; b=2 \\ \left.\begin{matrix} 3c-2d=-5 \\ c+2d=9 \end{matrix}\right\} \rightarrow c=1; d=4 \end{cases}$$

NÍVEL 6 M

SOLUÇÕES – SEMANA 26

Determinando a origem do plano cartesiano no ponto A, teremos:



a) A área do triângulo PME pode ser dada pelo determinante desses pontos da seguinte forma:

$$\mathrm{A_{PME}} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} P_x & P_y & 1 \\ M_x & M_y & 1 \\ E_x & E_y & 1 \end{vmatrix}$$

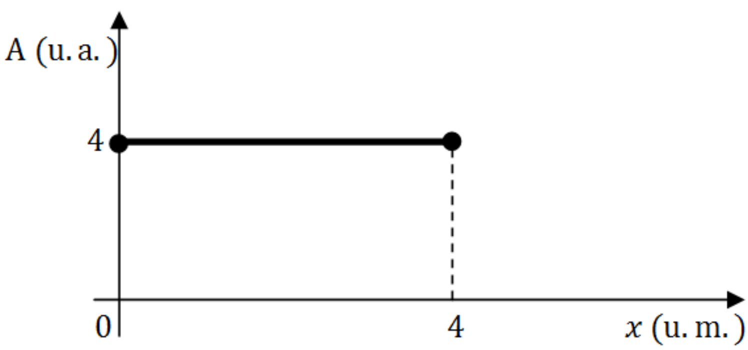
$$\mathrm{A_{PME}} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x & x & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_{PME}} = \frac{1}{2} \cdot 8 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_{PME}} = 4\mathrm{u.a.}$$

Isso implica que a área será constante independente do valor de x.

b) Através do desenho, percebe-se que x só pode assumir valores reais não negativos e não maiores do que 4. Portanto:

$$D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 0 \leq x \leq 4\}$$

c) Como a função é constante, o gráfico será uma reta paralela ao eixo x no valor da área $= 4$. Analisando o domínio encontrado teremos:



NÍVEL 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 26

a) O movimento circular de uma roda é causado pelo atrito entre sua periferia e o plano de rolamento.

b) Porque superfícies de gelo apresentam poucas irregularidades (são lisas).

c) Devido a camada de água entre o solo e as rodas, que atuam como lubrificante.

NÍVEL 5 F

SOLUÇÕES – SEMANA 26

Dados:

$e = 2\text{cm} = 2 \cdot 10^{-2}\text{m}$

$k = 3 \cdot 10^{-2}\text{J/s} \cdot \text{m} \cdot {}^\circ\text{C}$

$\Delta t = 1\text{h} = 3.600\text{s}$

$S = 1{,}5\text{m}^2$

$\theta_1 = 34^\circ\text{C} \quad ; \quad \theta_2 = 4^\circ\text{C}$

Cálculo do fluxo de calor:

$$\Phi = \frac{k \cdot S \cdot (\theta_1 - \theta_2)}{e} = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}5 \cdot (34 - 4)}{2 \cdot 10^{-2}} = 67{,}5\text{J/s}$$

Cálculo da quantidade de calor:

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad Q = \Phi \cdot \Delta t$$

$$Q = 67{,}5 \cdot 3.600 = 243.000\text{J} = 243\text{kJ}$$

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 26

Como a eficiência de cada lâmpada fluorescente é quatro vezes maior que a da lâmpada incandescente de $100\,W$ deve ser substituída por uma fluorescente de $25\,W$, ou seja, $75\,W$ a menos por lâmpada.

Como substituímos $10\,lâmpadas$, teremos $750\,W$ de potência a menos.

Em $6h$ por dia, ou seja, $180h$ por mês:

$$\Delta E_{eletr} = 750 \cdot 180 = 135 \cdot 10^3\,Wh = 135\,kWh$$

Com isso, economizaremos: $135 \cdot 0{,}20 = R\$27{,}00$