NÍVEL 1 M

SOLUÇÕES – SEMANA 25

Primeiramente, desconsideramos os votos brancos ou nulos:

$$4.000.000 \cdot \frac{2}{10} = 800.000\ votos\ em\ brancos\ ou\ nulos.$$

Assim sendo, temos: $4.000.000 - 800.000 = 3.200.000\ votos\ válidos$

Extraindo a quantidade de votos de cada candidato a partir dos votos válidos, expressando em, tem-se:

Domingos Terça:

$3200000 \cdot \frac{2}{8} = 800.000\ votos\ válidos$-Em porcentagem isso representa 25% dos votos válidos.

Segunda Quarta:

$3200000 \cdot \frac{2}{5} = 1.280.000\ votos\ válidos$-Em porcentagem isso representa 40% dos votos válidos.

Sábado Sexta:

$$100\% - 25\% - 40\% = 35\%\ dos\ votos\ válidos.$$

Logo o candidato tem: $3.200.000 \cdot 0{,}35 = 1.120.000\ votos\ válidos$

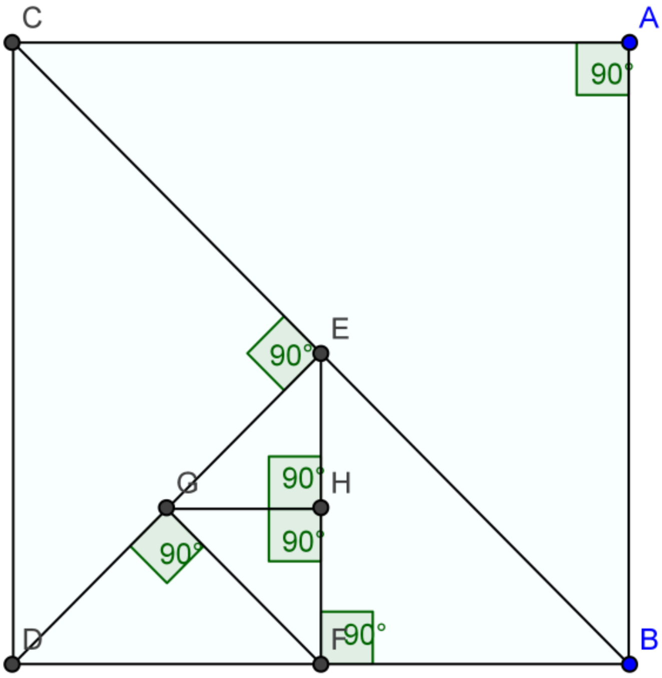
A eleição teria o seguinte resultado:

Para uma eleição ser decidida no primeiro turno, um candidato deve possuir 50% +1 de votos válidos, caso isso não ocorra a eleição deve ser levada ao segundo turno, participando os dois com maior quantidade de votos válidos no primeiro turno. Logo no nosso caso será necessário um segundo turno entre os candidatos Segunda Quarta e Sábado Sexta para decidir que vai ser o governador do estado.

Posição	Candidato	Votos válidos:
1	Segunda Quarta	40%
2	Sábado Sexta	35%
3	Domingos Terça	25%

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 25



Como informado no problema temos que o triângulo EGH tem área 2, como ele é um triângulo retângulo, a área pode ser calculada como $EH \times GH/2$. Além disso, sabemos que o triângulo além de retângulo ele é isósceles, então se tem que: $EH = GH$, e também concluímos que $EH = GH = 2$. Agora, sabemos que FGH também é um triângulo isósceles e portanto $GH = HF = 2$.

O triângulo retângulo EFB é isósceles e podemos deduzir que $FB = EF = 2 + 2 = 4$, pois $EF = EH + HF$. Por outro lado, como os triângulos EGH e DGF são triângulos retângulos isósceles, então $\measuredangle GEH = \measuredangle GDF = 45°$.

Isso conclui que o triângulo DFE é isósceles e portanto $DF = EF = 4$. Com isso, sabemos o lado do quadrado, que mede $DB = DF + FB = 8$. A área do quadrado é portanto $8^2 = 64$.

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 25

Primeiramente, calcula-se a área de cada retângulo:

Retângulo A:

$$(x+4)\left(\frac{x}{3}+2\right)=\frac{x^2}{3}+2x+\frac{4x}{3}+8$$

Retângulo B:

$$\left(\frac{x}{3}+5\right)(x-4)=\frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}+5x-20$$

A diferença entre as duas áreas é igual à:

$$\frac{x^2}{3}+2x+\frac{4x}{3}+8-\left(\frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}+5x-20\right)=26$$

$$\frac{x^2}{3}+2x+\frac{4x}{3}+8-\frac{x^2}{3}+\frac{4x}{3}-5x+20=26$$

$$-3x+\frac{8x}{3}=-2 \quad \rightarrow \quad \frac{-9x+8x}{3}=-2 \quad \rightarrow \quad -x=-6 \quad \rightarrow \quad x=6$$

a) Para calcular o perímetro substituímos o valor de x em cada lado e aplicamos na fórmula de calcular o perímetro de um retângulo: $P=2b+2h$

$$b_A=x+4=6+4=10$$

$$h_A=\frac{x}{3}+2=\frac{6}{3}+2=4$$

$$P_A=2\cdot 10+2\cdot 4=28$$

$$b_B = \frac{x}{3} + 5 = \frac{6}{3} + 5 = 7$$

$$h_B = x - 4 = 6 - 4 = 2$$

$$P_B = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 2 = 18$$

Assim, temos que os perímetros dos retângulos são, respectivamente, 28 cm e 18 cm.

b) Para calcular a área basta multiplicar base por altura em cada retângulo, e teremos:

Retângulo A:

$$b_A \cdot h_A = 10 \cdot 4 = 40\ cm^2$$

Retângulo B:

$$b_B \cdot h_B = 7 \cdot 2 = 14\ cm^2$$

NÍVEL 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 25

Denotamos por x o comprimento do segmento de AF. Como AF deve assumir metade do comprimento do segmento de AE, temos que o valor máximo de x será quando E e B estiverem na mesma posição, ou seja, AE assumir $300\ m$, por consequência AF assumirá $\frac{300}{2}m = 150\ m$.

Se o comprimento AF mede x, AE medirá $2x$ pois é o dobro de AF. E podemos definir que a área do triângulo AEF será $\frac{2x \cdot x}{2}$, igual à $x^2\ m^2$.

Já em relação ao triângulo BED, podemos afirmar que o segmento BE será igual a $300 - 2x$ e área dele seria:

$\frac{(300-2x)300}{2} = \frac{90000}{2} - 300x\ m^2$

Assim a área da divisão que Godofredo fez no terreno pode ser dado pela expressão:

$$f(x) = 90000 - (x^2 + \frac{90000}{2} - 300x)$$

$$f(x) = 90000 - x^2 - \frac{90000}{2} + 300x$$

$$f(x) = 45000 - x^2 + 300x$$

Com $x \in [0,150]$

NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 25

Primeiramente, transformamos as tabelas em duas matrizes, desta forma:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 18 & 15 \\ 10 & 14 & 13 \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$B = \begin{pmatrix} 300 & 350 \\ 200 & 180 \\ 120 & 150 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

Efetuando a multiplicação entre elas, obtemos:

$$\begin{pmatrix} 12 & 18 & 15 \\ 10 & 14 & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 300 & 350 \\ 200 & 180 \\ 120 & 150 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 12 \cdot 300 + 18 \cdot 200 + 15 \cdot 120 & 12 \cdot 350 + 18 \cdot 180 + 15 \cdot 150 \\ 10 \cdot 300 + 14 \cdot 200 + 13 \cdot 120 & 10 \cdot 350 + 14 \cdot 180 + 13 \cdot 150 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 9000 & 9690 \\ 7360 & 7970 \end{pmatrix}$$

Assim, tem-se que:

- o custo total em tecidos no mês de Abril foi R$9.000,00;
- o custo total em tecidos no mês de Maio foi R$9.690,00;
- o custo total da confecção das peças no mês de Abril foi R$ 7.360,00;

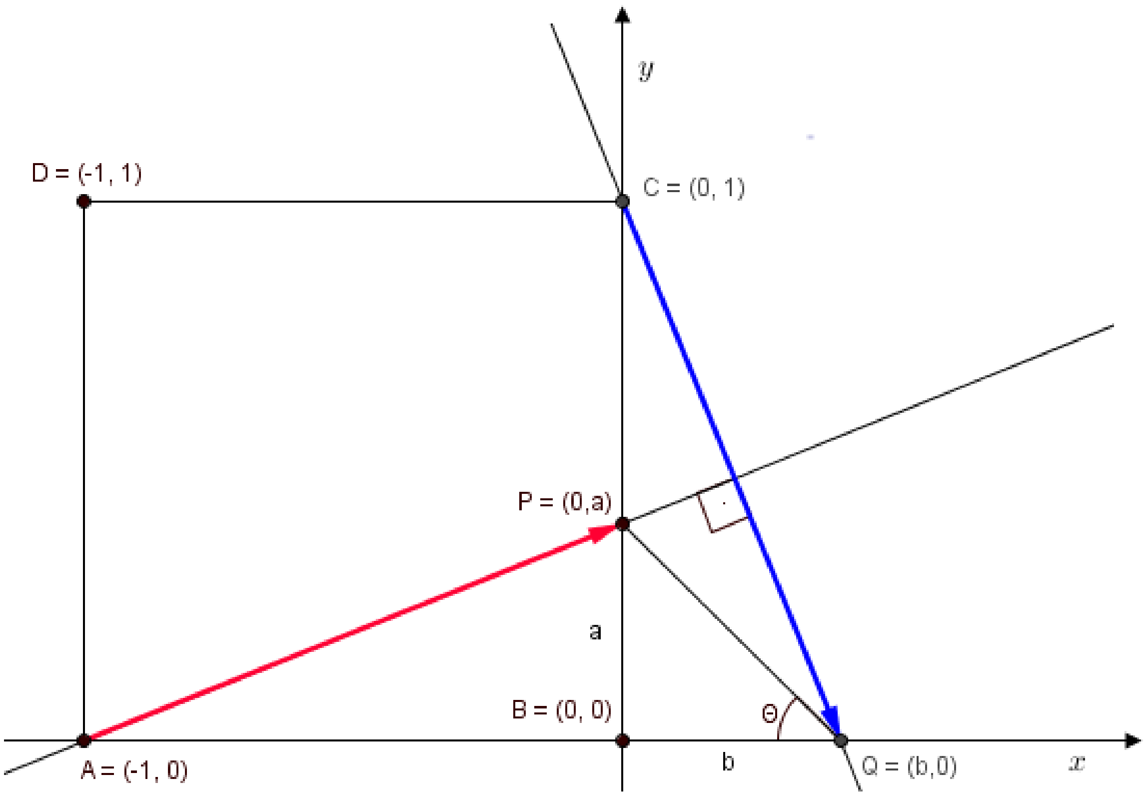
o custo total da confecção das peças no mês de Maio foi R$ 7.970,00;

NÍVEL 6 M

SOLUÇÕES – SEMANA 25

OBS: A solução geométrica pelo Geogebra pode ser encontrada clicando aqui. Basta mover o ponto P sobre o segmento BC para verificar que o ângulo é constante = 45°.

Determinando os eixos de coordenadas x e y como na figura abaixo, determinando como 1 o lado do quadrado ABCD teremos também seus respectivos pontos. Chamando de a a distância BP e b a distância BQ, teremos:



Assim, geramos os vetores $\overrightarrow{AP}$ (vermelho) e $\overrightarrow{CQ}$ (azul). As coordenadas de cada vetor serão:

$$\overrightarrow{AP} = (P_x - A_x\,, P_y - A_y) = (0 - (-1)\,, a - 0) = (1, a)$$

$$\overrightarrow{CQ} = (Q_x - C_x\,, Q_y - C_y) = (b - 0\,, 0 - 1) = (b, -1)$$

Como eles são perpendiculares (ortogonais), segue que o produto escalar entre eles é nulo, portanto:

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \perp \overrightarrow{\mathrm{CQ}} \quad \rightarrow \quad \overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CQ}} = 0$$

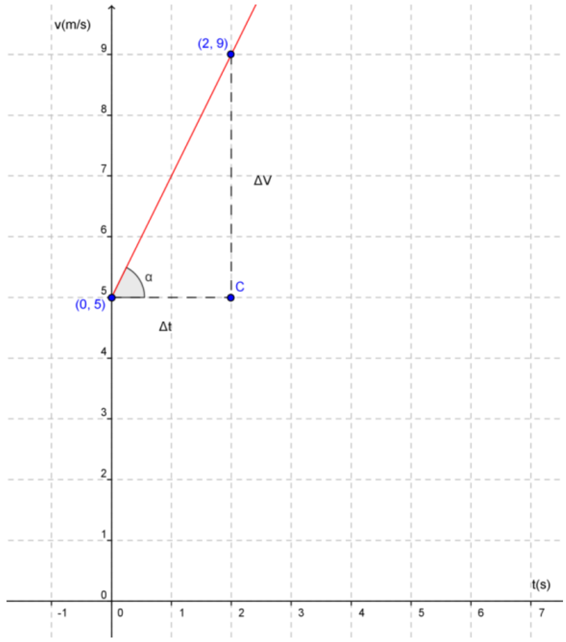
$$(1, a) \cdot (b, -1) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 \cdot b + a \cdot -1 = 0 \quad \rightarrow \quad b - a = 0$$

$$b = a$$

Como $b = a$, temos que $\tan \theta = \frac{a}{b} = 1$ e portanto, $\theta = 45°$.

NÍVEL 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 25



a) A velocidade inicial é determinada quando $t = 0 \therefore v_0 = 5m/s$.

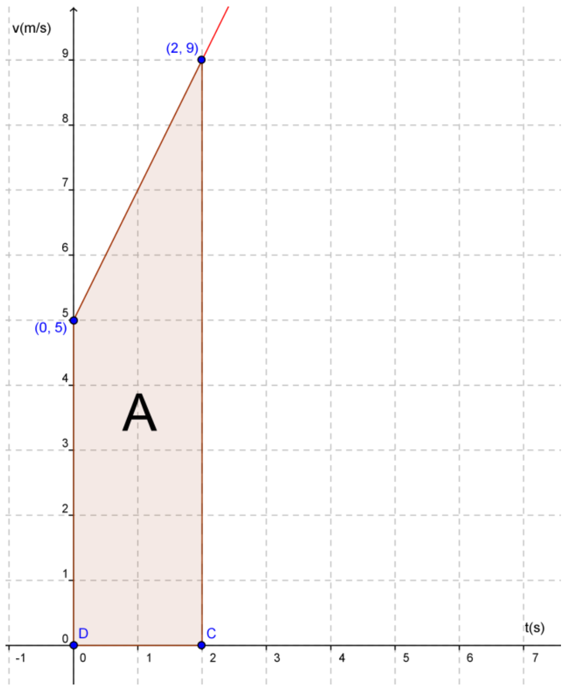
A aceleração é calculada pela tangente do ângulo α.

$$a = tg\alpha \rightarrow a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a = \frac{9-5}{2-0} = \frac{4}{2} = 2\ m/s^2$$

Função horária da velocidade: $v = v_0 + at$

$v = 5 + 2t$



b) O deslocamento é calculado pela área A compreendida entre os instantes 0 e 2 s.

$$A = \Delta s = \frac{(9+5)\cdot 2}{2} = 14m$$

c) $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{14}{2} = 7 \rightarrow v_m = 7\ m/s$

Ou pela leitura do gráfico (só para MUV):

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$v_m = \frac{v_0 + v_2}{2} = \frac{5+9}{2} = \frac{14}{2} = 7\ m/s$$

d) Se $a = 2\ m/s^2 (constante)$ e $v > 0$ durante todo o movimento, temos:

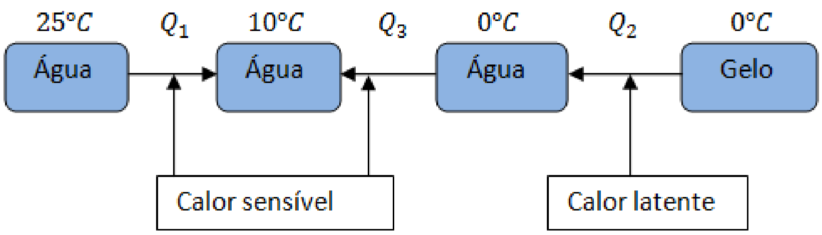
$\left.\begin{matrix} a > 0 \\ v > 0 \end{matrix}\right\}$ movimento acelerado

NÍVEL 5 F

SOLUÇÕES – SEMANA 25

Massa de água contida em 6 l: $d = 1\ g/cm^3$ e $V = 6\ l = 6000\ cm^3$

$$d = \frac{m}{v} \rightarrow 1 = \frac{m}{6000} \rightarrow m = 6000\ g$$



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \rightarrow m_1 c(\theta_f - \theta_o) + mL + mc(\theta_f - \theta_o) = 0$$

$$6000 \cdot 1(10 - 25) + m \cdot 80 + m \cdot 1(10 - 0) = 0$$

$$-90000 + 80m + 10\ m = 0\ \rightarrow 90m = 90000$$

$$m = 1000g\ ou\ m = 1kg$$

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 25

Dados:

$$P = 1100W; U = 110\,V;\ \Delta t = \frac{1}{2}h = 1800s.$$

a) Utilizando a fórmula da potência:

$$P = U \cdot i\ \rightarrow 1100 = 110 \cdot i$$

$$i = 10A$$

b) Pela 1ª lei de Ohm:

$$U = R \cdot i \rightarrow 110 = R \cdot 10$$

$$R = 11\,\Omega$$

c) A energia elétrica consumida é:

$$\tau = P\Delta t \rightarrow \tau = 1100 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3600$$

$$\tau = 1{,}98 \cdot 10^6 J$$

Em kWh:

$$1kWh \text{ ——————— } 3{,}6 \cdot 10^6 J$$

$$x \text{ ——————— } 1{,}98 \cdot 10^6 J$$

$$x = \frac{1{,}98 \cdot 10^6}{3{,}6 \cdot 10^6} \rightarrow x = 0{,}55\,kWh$$

Portanto, o gasto é $0{,}55 \cdot 0{,}80 = R\$0{,}44$