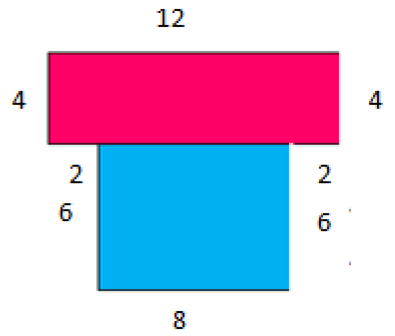
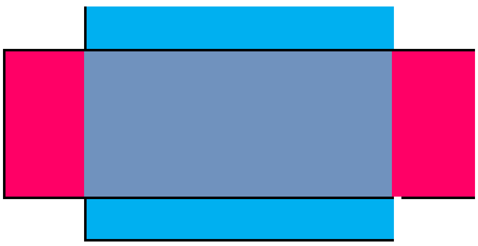
NÍVEL 1 M

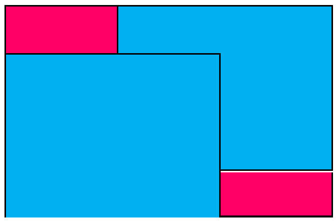
SOLUÇÕES – SEMANA 24



a) Partindo da figura, com as medidas de cada lado, podemos facilmente obter que o perímetro da figura é $12 + 4 + 2 + 6 + 8 + 6 + 2 + 4 = 44\ cm$



b) Logo pode-se observar que a área da figura sobreposta possui um dos lados igual a altura do retângulo rosa, o lado igual à 4 e o outro lado é igual a base do retângulo azul, que é igual a 8. Assim tem-se que área da figura é $32\ cm^2$.



c) Como a base do retângulo azul é igual a 8 cm, e a base do retângulo rosa é igual a 12 cm, temos que o pedaço tem base igual a 4 cm, ou seja, $12 - 8 = 4$.

Em relação a altura, temos que a altura do retângulo azul é 6 cm e do retângulo rosa é igual a $8\ cm$. Logo a altura do pedaço é igual a 2 cm, ou seja, $8 - 6 = 2$.

Assim tem-se, que a área dos pedaços que não foram cobertos pela folha azul será igual à $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16\ cm^2$(Cada pedaço tem área de 8cm^2.

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 24

a) Primeiramente, se tem 25 palitos sobre a mesa. Como Ana pegou o cartão com o número 1, ela retira um palito da mesa, ficando assim 24 palitos sobre a mesa. Beatriz não retira nenhum palito, pois pegou o cartão com o número 0. Já Carlos retira 18 palitos, pois ele pegou o cartão com o número 2, logo ele retira $9 \cdot 2\, palitos$. Portanto ficam na mesa $24 - 18 = 6\, palitos$.

b) Para se ter a menor quantidade de palitos que restam sobre a mesa, devemos ter a maior quantidade retirada para isso o cartão número 0 terá que ser pegado por Ana, o cartão com o número 1 por Beatriz. E o cartão com o número 2 por Carlos. Assim serão retirados $0 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 9 = 21$, 21 palitos. E, portanto ficarão na mesa 4 palitos.

c) Se restaram 14 palitos sobre a mesa, conclui-se que foram retirados 11 palitos. Agora devemos analisar quem poderia pegar cada cartão. Carlos não poderia pegar o cartão 2, pois assim teria que ter tirado 18 palitos, e também não pode pegar o cartão 0, pois da mesma forma Ana e Beatriz teriam que pegar 11 palitos elas duas o que não é possível, pois no máximo elas pegarão 7 palitos. Logo Carlos pegou o cartão com o número 1, e assim retirou 9 palitos. Sobrando dois palitos, facilmente conseguimos observar que Beatriz não consegue retirar essa quantidade de palitos pois ela só retira um número múltiplo de três de palitos. Assim ela pegou o cartão com o número 0 e Ana pegou o cartão com o número 2 retirando assim o número de palitos que aparece em seu cartão.

d) Primeiramente, fazemos a seguinte tabela:

	$Cartão\ 0$	$Cartão\ 1$	$Cartão\ 2$
Ana	0	1	2
$Beatriz$	0	3	6
$Carlos$	0	9	18

Se $25 - numero\ de\ palitos\ que\ restaram$ for múltiplo de 3 sabemos que Ana pegou o cartão número 0 e Beatriz e Carlos um ou outro pegou o cartão com o número 1 e 2.
Se for 21 Carlos pegou o cartão com número 2 e Beatriz o cartão com número 1.

Se for 15 Carlos pegou o cartão com número 1 e Beatriz o cartão com número 2.

Únicas possibilidades para caso o número de palitos retirados for múltiplo de 3 (15 e 21)

Se $25 - numero\ de\ palitos\ que\ restaram$ for um número que deixa resto 1 quando dividido por 3 teremos que Ana pegou o cartão com o número 1 e Carlos e Beatriz pegaram os cartões 2 e 0.

Se for 19, Ana pegou o cartão com o número 1, Beatriz o cartão com o número 0 e Carlos o cartão com o número 2

Se for 7. Ana pegou o cartão com o número 1, Beatriz o cartão com número 2 e Carlos o cartão com o número 0.

Únicas possibilidades para caso o número de palitos retirados for um número que deixa resto um quando dividido por 3 (19 e 7)

Se $25 - numero\ de\ palitos\ que\ restaram$ for um número que deixa resto 2 quando dividido por 3 teremos que Ana pegou o cartão com o número 2 e Carlos e Beatriz pegaram os cartões 1 e 0.

Se for 5, Ana pegou o cartão com número 2, Beatriz o cartão com o número 1 e Carlos pegou o cartão com o número 0.

Se for 11, Ana pegou o cartão com número 2, Beatriz o cartão com o número 0 e Carlos pegou o cartão com o número 1.

Únicas possibilidades para caso o número de palitos for um número que deixa resto 2 quando dividido por 3 (5 e11)

Assim temos que baseado no número de palitos que ficarão sobre a mesa, Mônica vai conseguir saber quantos foram retirados, e depois analisar em um dos casos acima.

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 24

a) Como ABCDEF é um hexágono regular, logo pode ser decomposto em 6 triângulos equiláteros. Como o triângulo EDD_1 tem a mesma que um dos triângulos equiláteros que compõem o hexágono, logo basta saber a área de um triângulo equilátero. Temos a área do hexágono dividida por 6, pois são 6 triângulos equiláteros, logo a área de $EDD_1 = \frac{1}{6}\ cm^2$.

b) Da mesma forma que ABCDEF, $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ também pode ser decomposto em 6 triângulos equiláteros. Logo basta saber a área de um e multiplicar por 6 para saber a área do hexágono. Podemos observar que o triângulo equilátero será composto por seis metades do triângulo EDD_1 logo a área do triângulo maior será: $6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}\ cm^2$. E assim a área do hexágono será: $6 \cdot \frac{1}{2} = 3\ cm^2$.

NÍVEL 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 24

a) Percebe-se que sempre se tem um número ímpar de cubinhos na primeira camada. Logo na 5ª pilha o número de cubinhos na primeira camada será o 5° número ímpar, ou seja, 9 cubinhos na primeira camada da quinta pilha.

b)Pode-se criar a seguinte relação para obter qualquer número de cubinhos na primeira camada baseada no número da pilha: $2 \cdot n - 1$ onde n é o número da pilha. Logo para a 2014ª pilha temos: $2 \cdot 2014 - 1 = 4027$. Deverá ter 4027 cubinhos na primeira camada da pilha da 2014ª pilha.

c) Pode-se escrever da seguinte forma o lado do quadrado em função do número de cubinhos da primeira camada: $\frac{n+1}{2}$. Observando a figura, vemos que isso é verdade. Agora para sabermos quantos cubinhos serão necessários para construir uma pilha triangular com 99 cubinhos na primeira camada, devemos multiplicar o lado do quadrado por ele mesmo achando assim a área do quadrado ou quantos cubinhos serão necessários para formá-lo. Aplicando a fórmula o 99 temos: $\frac{99+1}{2} = \frac{100}{2} = 50$, $50 \cdot 50 = 2500$. Logo serão necessários 2500 cubinhos para construir uma pilha triangular com 99 cubinhos na sua primeira camada.

NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 24

a) Ele acertou 2 flechas na região intermediária, obtendo assim 6 pontos, e uma na região interna obtendo 5 pontos, somando assim 11 pontos.

b) Primeiramente, deve-se adotar para ele ter o menor número de rodas ela vai ter que fazer a maior quantidade de pontos em menos rodadas. Portanto veremos quantas rodadas ele fez 15 pontos, que é o máximo de pontos que ele pode conseguir por rodada. Assim temos:

$$134 = 8 \cdot 15 + 14$$

Notamos que no mínimo em 8 rodadas ele fez 15 pontos. Sobraram 14 pontos, como não é possível fazer em uma única rodada essa pontuação ele vai necessitar de mais duas, portanto houvera pelo menos 10 rodadas nesse treino.

NÍVEL 6 M

SOLUÇÕES – SEMANA 24

a) Analisando uma hipótese onde todos os 20 primeiros falem números diferentes, o 21° pelo princípio da casa dos pombos irá automaticamente ganhar, pois vai falar um número que já foi anunciado. E assim o sorteio sempre acabará na pior das hipóteses no 21°. E portanto uma outra posição que não tem chance alguma de ganhar é a 22ª.

b) Podemos simplesmente analisar da seguinte maneira.

1° - 20 números para anunciar – nenhuma chance de ganhar

2° - 20 números para anunciar – $\frac{1}{20}$ chance de ganhar, que seria anunciando o número que a primeira pessoa falou.

3° - 20 números para anunciar – $\frac{2}{20}$ chance de ganhar, que seria anunciando um dos dois número que já foram falados.

Portanto a chance de a terceira pessoa ganhar é 10%.

c) O oitavo, pois ele vai ter menos possibilidades de números para anunciar do que o sétimo, e portanto sua probabilidade de falar um número que já saiu é maior. Logo ele tem mais chance de ganhar.

d) A posição que tem maior probabilidade de ganhar o prêmio é a 21ª, pois logicamente vai falar um número que já foi anunciado. E a probabilidade de ganhar vai decrescendo juntamente com a posição até chegar na primeira posição que a probabilidade de ganhar é zero.

NÍVEL 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 24

a) Uniformemente variado, pois sua velocidade varia em função do tempo.

b) Sabendo que se trata de uma função de primeiro grau, tem-se a seguinte forma:

$$f(x) = ax + b$$

No nosso caso $f(x)$ será a velocidade do corpo e x será a variável tempo, obtém-se:

$$V(t) = at + b$$

Agora sabemos que b é o coeficiente linear da função, ou seja, o valor que intercepta o eixo y, em outras palavras a velocidade inicial do nosso corpo. Então temos que a velocidade inicial do corpo é 20 m/s, então $b = 20$.

Aplicando as coordenadas do ponto B no gráfico, obtemos:

$$40 = a \cdot 7 + 20 \qquad \rightarrow \qquad a = \frac{20}{7}$$

E a lei de formação da função portanto é:

$$V(t) = \frac{20}{7}t + 20$$

c) O corpo I, pois apresenta uma inclinação maior no gráfico, ou seja, se analisarmos que os dois corpos estão com a mesma velocidade no instante 7 s, temos como observar que o corpo I no intervalo de $O\ a\ 7s$, a variação de velocidade dele, foi maior que a do que o corpo II, logo se a variação de velocidade do corpo I é maior do que a do corpo II, no mesmo intervalo de 7s, a aceleração do corpo I é maior do que a do corpo II.

d) 40m/s

NÍVEL 5 F

SOLUÇÕES – SEMANA 24

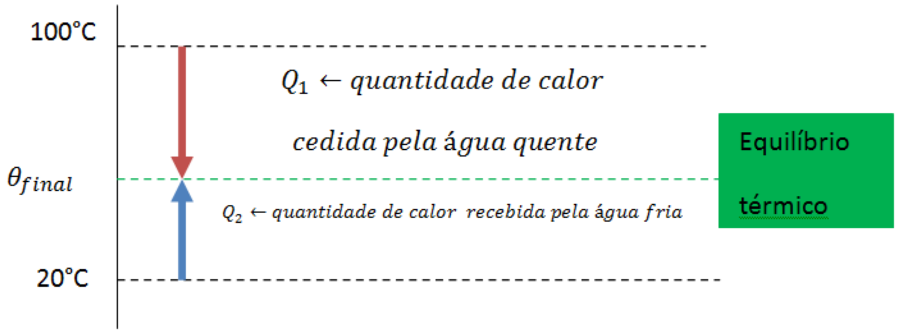
Lembrando que cada litro de água pesa $1kg$ e que o calor específico da água é igual a $1\frac{cal}{g\cdot°C}$, temos os seguintes dados:

$$200\ L\ de\ água, a\ 20°\ C\ \rightarrow m_{fria} = 200\ kg = 200.000g\ e\ \theta_{menor} = 20°C$$

$$5\ L\ de\ água, a\ 100°\ C\ \rightarrow\ m_{quente} = 5\ kg = 5.000\ g\ e\ \theta_{maior} = 100°C$$

O equilíbrio térmico se realiza quando as temperaturas das águas se igualam, encerrada a troca de calor entre elas. Vamos aplicar a lei geral das troas de calor, desprezando as trocas com o ambiente e visualizando em um esquema o que acontece com as temperaturas:

$$Q_{s1} + Q_{s2} = 0$$



$$m_{quente}\cdot c\cdot\Delta\theta_{quente} + m_{fria}\cdot c\cdot\Delta\theta_{fria} = 0$$

$$5000\cdot 1\cdot(\theta_{final} - 100) + 200000\cdot 1\cdot(\theta_{final} - 20) = 0$$

$$5000\cdot\theta_{final} - 500000 + 200000\cdot\theta_{final} - 4000000 = 0$$

$$205000\cdot\theta_{final} = 4500000$$

$$\theta_{final} \cong 21{,}95°C$$

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 24

O marca-passo é um dispositivo eletrônico, e como tal pode sofrer interferência magnética. O detector de metais gera um campo magnético, logo se uma pessoa que possui um marca-passo passar por um detector de metais, esse campo magnético vai causar uma interferência no aparelho, aumentando a tensão entre seus terminais, até passar de um determinado nível que vai danificar os circuitos internos do marca-passo, influenciando na sua atuação, e logo colocando em risco a vida do portador.