NÍVEL 1 M

SOLUÇÕES – SEMANA 20

Primeiramente, vamos fatorar todos os números separadamente:

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 156 & 2 \\ 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Assim, o $mdc(120,84,156,180) = 2^2 \cdot 3 = 12$

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 20

Os azulejos não podem ser repartidos. Isso implica que teremos azulejos com tamanhos que sejam divisores de forma simultânea dos dois lados da parede. Logo, calculando os divisores comuns dos lados da parede:

$$\begin{array}{r|l} 495 & 3 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, os divisores comuns são:

$$1,3,9,15 \; e \; 45.$$

Esses divisores também indicam as medidas dos azulejos.

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 20

Usando a divisão euclidiana, temos que:

$$357 = n \cdot q_1 + 7 \quad \rightarrow \quad 350 = n \cdot q_1 \quad \rightarrow \quad n \text{ é } divisor\ de\ 350$$

$$213 = n \cdot q_2 + 3 \quad \rightarrow \quad 210 = n \cdot q_2 \quad \rightarrow \quad n \text{ é } divisor\ de\ 210$$

Sabemos que n é divisor comum de 350 e 210, então, como queremos o maior valor possível para n, temos que $mdc(350,210) = 70$.

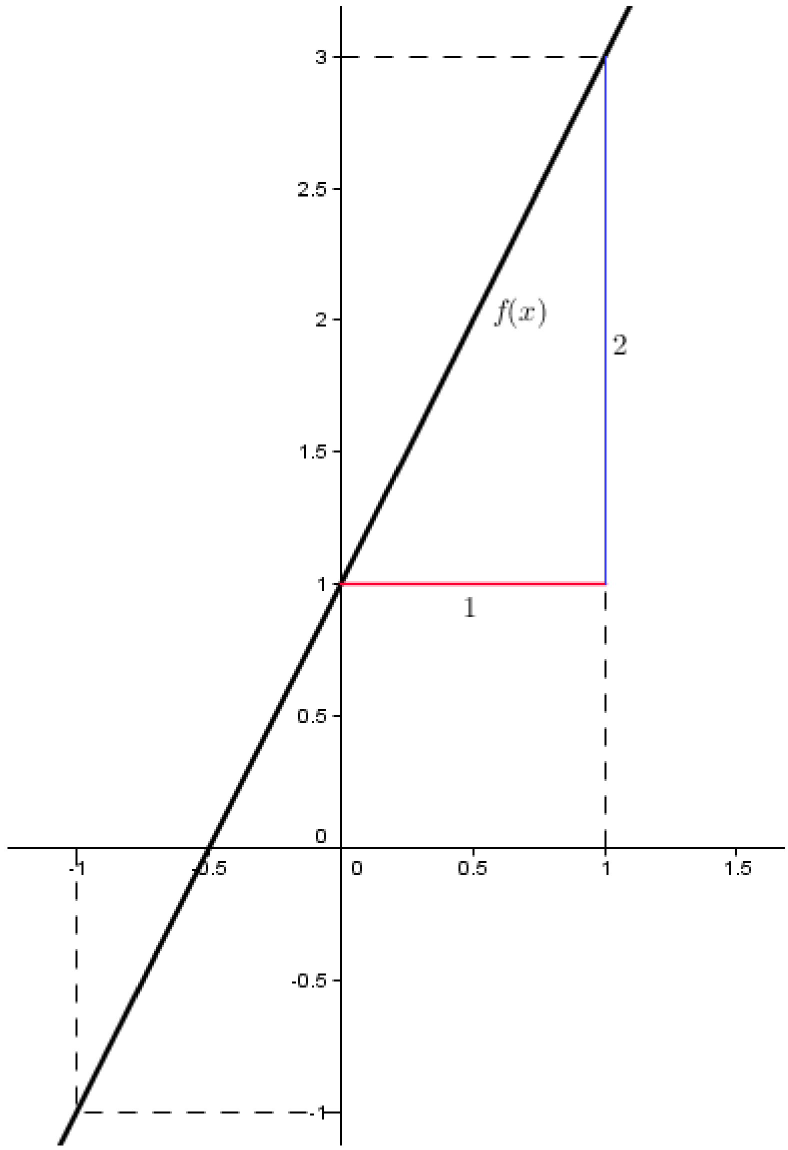
NÍVEL 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 20

Por ser uma função do 1º grau a forma feral dela será $f(x) = ax + b$. O valor de b pode ser obtido diretamente pelo gráfico, já que é o local onde a reta intercepta o eixo das ordenadas y ($b = 1$). O valor de a pode ser calculado fazendo a tangente do ângulo de inclinação da reta.

$$tg\ \alpha = \frac{2}{1} \quad \rightarrow \quad Logo\ a = 2$$

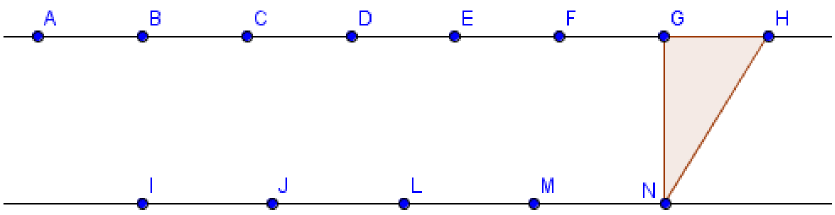
Assim, a lei de formação da função dada é $y = 2x + 1$.



NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 20

1º modo:



O triângulo GHN é o mesmo que o triângulo HNG. Logo, a questão é a combinação. Com os treze pontos, podemos obter $C_{13,\ 3}$ triângulos.

- Para a reta r_1: $C_{8,\ 3}$ não formam triângulos porque os pontos estão alinhados.

- Para a reta r_2: $C_{5,\ 3}$ também não formam triângulos.

Portanto, o total de triângulos obtidos é: $C_{13,\ 3} - C_{8,\ 3} - C_{5,\ 3} = 286 - 56 - 10 = 220$

Serão obtidos 220 triângulos.

2º modo:

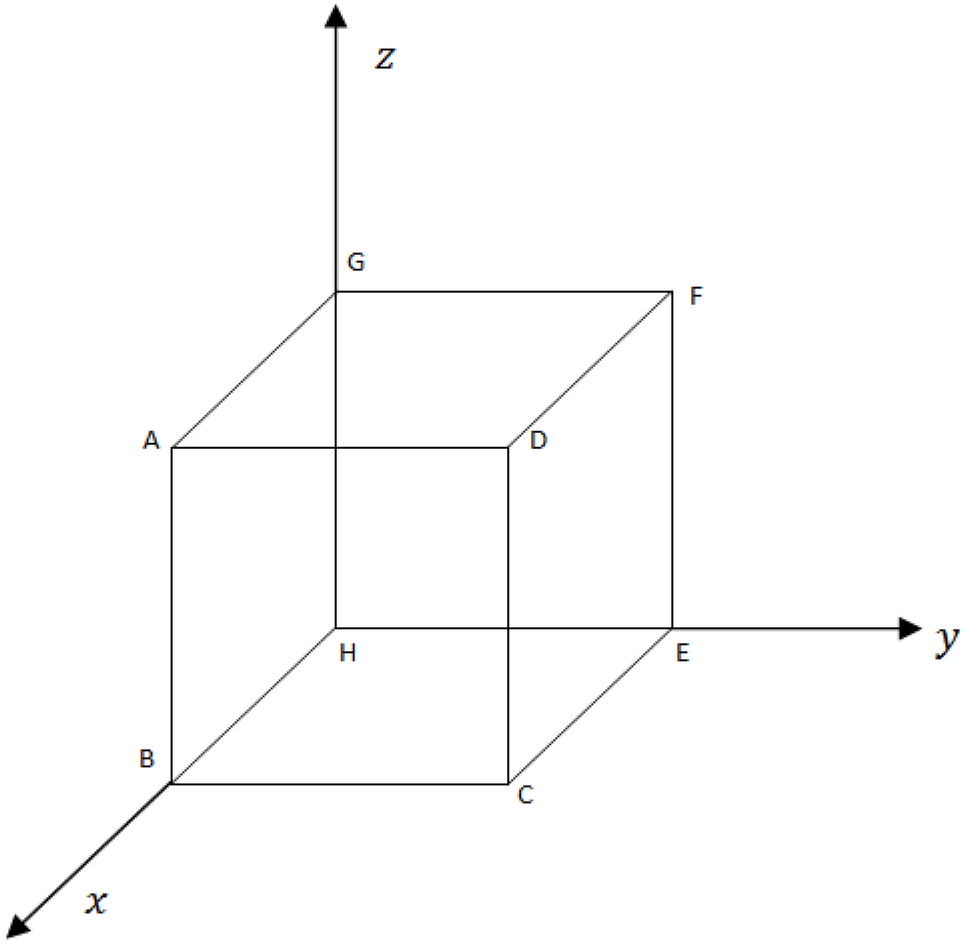
Três destes pontos vão determinar um triângulo se dois deles pertencem a r_1 e um pertencer a r_2, ou dois deles pertencem a r_2 e um a r_1. Assim, podemos escolher dois pontos em r_1 e um ponto em r_2 de $C_{8,\ 2} \cdot C_{5,\ 1}$ maneiras, e dois pontos em r_2 e um em r_1 de $C_{5,\ 2} \cdot C_{8,\ 1}$ maneiras. Logo, o número total de triângulos será:

$$C_{8,\ 2} \cdot C_{5,\ 1} + C_{5,\ 2} \cdot C_{8,\ 1} = 28 \cdot 5 + 10 \cdot 8 = 140 + 80 = 220$$

Da mesma maneira serão obtidos 220 triângulos.

NÍVEL 6 M

SOLUÇÕES – SEMANA 20



$\text{Volume} = 27cm^3 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$

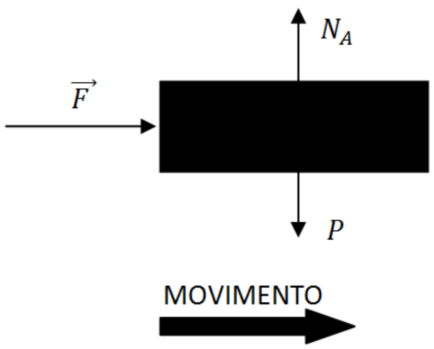
Assim, teremos:

$A(3,0,3)$	$B(3,0,0)$	$C(3,3,0)$	$D(3,3,3)$
$E(0,3,0)$	$F(0,3,3)$	$G(0,0,3)$	$H(0,0,0)$

NÍVEL 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 20

a) Isolando o corpo:



P = Força Peso

N_A = Tensão normal de apoio

Dados: $m = 6kg$ $\quad$ $F = 30N$

Pelo princípio fundamental da dinâmica:

- Na horizontal: $F = ma$ (1)

- Na vertical: $N_A - P = 0$ (2) (Não há movimento na vertical)

De (1): $F = ma \quad \rightarrow \quad 30 = 6a \quad \rightarrow \quad a = 5m/s^2$

b) De (2): $N_A = P \quad \rightarrow \quad N_A = mg \quad \rightarrow \quad N_A = 6 \cdot 10 \quad \rightarrow \quad N_A = 60N$

NÍVEL 5 F

SOLUÇÕES – SEMANA 20

Prejuízo, em litros, devido à contração volumétrica:

$$|\Delta V| = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$$

$$|\Delta V| = 4.000 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \qquad \rightarrow \qquad |\Delta V| = 80L$$

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 20

Dados: $\Delta S = 0{,}5m \qquad V = 8 \cdot 10^7 m/s \qquad I = 2 \cdot 10^{-3} A$

Tempo gasto pelos elétrons para atingir a tela:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta \mathrm{t}} \quad \rightarrow \quad 8 \cdot 10^7 = \frac{0{,}5}{\Delta \mathrm{t}} \quad \rightarrow \quad \Delta t = 6{,}25 \cdot 10^{-9} s$$

Quantidade de carga no feixe:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 10^{-3} = \frac{\Delta Q}{6{,}25 \cdot 10^{-9}} \quad \rightarrow \quad \Delta Q = 1{,}25 \cdot 10^{-11} C$$

Número de elétrons no feixe:

$$\Delta Q = ne \quad \rightarrow \quad 1{,}25 \cdot 10^{-11} = n \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$$

$$n = 78.125.000 \text{ elétrons}$$