NÍVEL 1 M

SOLUÇÕES – SEMANA 10

Sim. Pois a soma dos algarismos desse número sempre é divisível por 3.

Veja

$$102 \div 3 = 34$$

$$1002 \div 3 = 334$$

$$10002 \div 3 = 3334$$

Um zero dividindo equivale a um 3 no quociente. Logo 10 zeros = 10 algarismos, 3 no quociente.

Assim 33333333334 é o resultado.

NÍVEL 2 M

SOLUÇÕES – SEMANA 10

a) Basta considerar a sequência de dias, quarta, quinta, sexta, sábado, domingo, segunda e terça, ou seja, de 7 em 7 dias estamos numa terça-feira, portanto devemos procurar o resto da divisão de 127 por 7. Como esse resto é igual a 1, será uma quarta-feira. Note que começamos a contar a partir de quarta, pois daqui a 1 dia será quarta e não terça.

b) Devemos saber quantos dias passar até o dia 23/08/2011. Teremos 10 dias em dezembro de 2010, 31 em janeiro, maio e julho, 30 dias em abril e junho, 28 dias em fevereiro, pois 2011 não é bissexto, e mais 23 dias em agosto. Logo terão passado 245 dias, e como 245 deixa resto 0 quando dividido por 7, dia 23/08/2011 será numa terça-feira.

NÍVEL 3 M

SOLUÇÕES – SEMANA 10

Uma estratégia que o jogador que começa pode adotar é tirar $6 - k$ palitos, se o outro jogador tirou k palitos na jogada anterior. Como o resto da divisão de 1.000 por 6 é 4, temos que o jogador que começa deve tirar no começa 4 palitos para garantir a vitória (nas outras jogadas, basta seguir a estratégia anterior).

Nível 4 M

SOLUÇÕES – SEMANA 10

O valor de $x = 1$.

Na primeira linha a soma dos algarismos de cada número é 8. Na segunda linha a soma dos algarismos de cada número é 4. Na terceira linha a soma dos algarismos de cada número é 2. E na quarta linha onde se encontra o x será 1. Logo $x = 1$.

NÍVEL 5 M

SOLUÇÕES – SEMANA 10

O primeiro número foi 7. Depois o próximo número foi calculando o quadrado do número anterior ($7^2 = 49$) e a seguir efetuando a soma de seis algarismos e adicionando 1, isto é, o segundo número é $4 + 9 + 1 = 14$. Assim obtivemos a sequência acima.

NÍVEL 6 M

SOLUÇÕES – SEMANA 10

Sendo o valor do produto $R\$$ 20,00, após o aumento o produto passou a ser $1{,}20 \cdot x$

Calculando um desconto de 20% sobre $1{,}20x$ teríamos que obter $R\$$ 20,00, ou seja, o preço original. Mas isso não acontece.

$$0{,}8 \cdot 1{,}20x = 0{,}96x$$

Logo Marina estará perdendo dinheiro.

DESAFIO INSANO M

SOLUÇÕES – SEMANA 10

Através do enunciado percebe-se que essa pirâmide será formada por "quadrados" feitos de bolas, iniciando em 100 e diminuindo de uma em uma até que fique apenas um quadrado com uma bola.

Assim, a quantidade de bolas por camada será: $100^2 + 99^2 + 98^2 + \cdots + 2^2 + 1^2$

Esse cálculo pode ser feito através do somatório:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2$$

Sabemos que esse somatório é igual a:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

Aplicando ao nosso caso teremos:

$$\sum_{i=1}^{100} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 99^2 + 100^2 =$$

$$\frac{100 \cdot (100+1) \cdot (2 \cdot 100 + 1)}{6} = \frac{2.030.100}{6} = 338.350$$

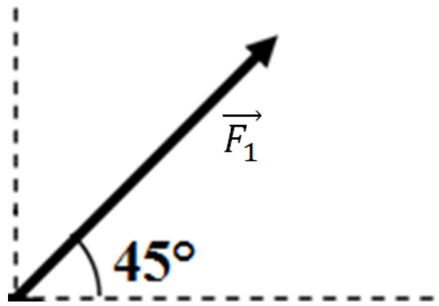
Assim, Genovevo utilizará 338.350 bolas para fazer essa pirâmide.

Nível 4 F

SOLUÇÕES – SEMANA 10

Calculando as componentes de cada vetor:

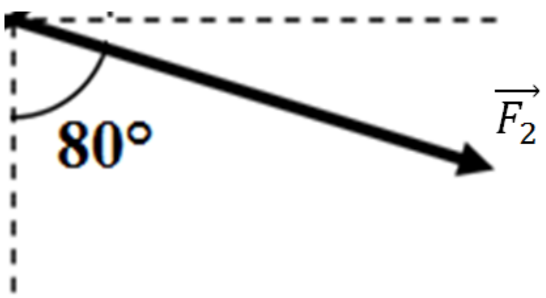
Para F_1:



$$F_{1_x} = F_1 \cdot \cos 45° = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$$
$$= 21{,}213$$

$$F_{1_y} = F_1 \cdot \operatorname{sen} 45° = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$$
$$= 21{,}213$$

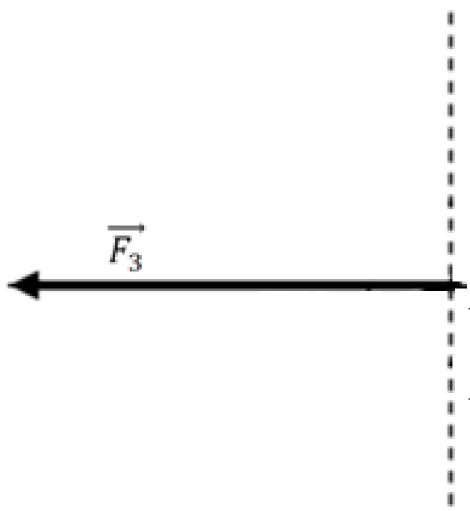
Para F_2:



$$F_{2_x} = F_2 \cdot \cos -10° = 70 \cdot 0{,}9848 = 68{,}936$$

$$F_{2_y} = F_2 \cdot \operatorname{sen} -10° = 70 \cdot -0{,}17365$$
$$= -12{,}1555$$

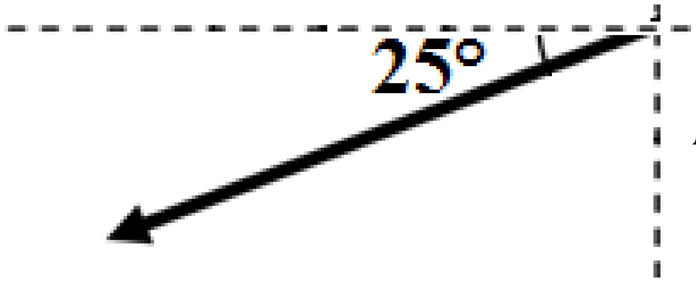
Para F_3:



$$F_{3_x} = F_3 \cdot \cos 180° = 60 \cdot -1 = -60$$

$$F_{3_y} = F_3 \cdot \operatorname{sen} 180° = 60 \cdot 0 = 0$$

Para F_4:



$$F_{4_x} = F_4 \cdot \cos 205° = 50 \cdot -0{,}906 = -45{,}3$$

$$F_{4_y} = F_4 \cdot \operatorname{sen} 205° = 50 \cdot -0{,}4226 = -21{,}13$$

Assim, devemos fazer:

$$\sum F_x = F_{1_x} + F_{2_x} + F_{3_x} + F_{4_x} = 21{,}213 + 68{,}936 - 60 - 45{,}3 = -15{,}151$$

$$\sum F_y = F_{1_y} + F_{2_y} + F_{3_y} + F_{4_y} = 21{,}213 - 12{,}1555 + 0 - 21{,}13 = -12{,}0725$$

Calculando:

$$\overrightarrow{F_R} = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2} = \sqrt{(-15{,}151)^2 + (-12{,}0725)^2} = 19{,}373$$

A direção do vetor resultante é:

$$\tan\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \rightarrow \quad \tan\theta = \frac{-12{,}0725}{-15{,}151} \rightarrow \quad \theta = 38{,}55° = 218{,}55°$$

NÍVEL 5 F

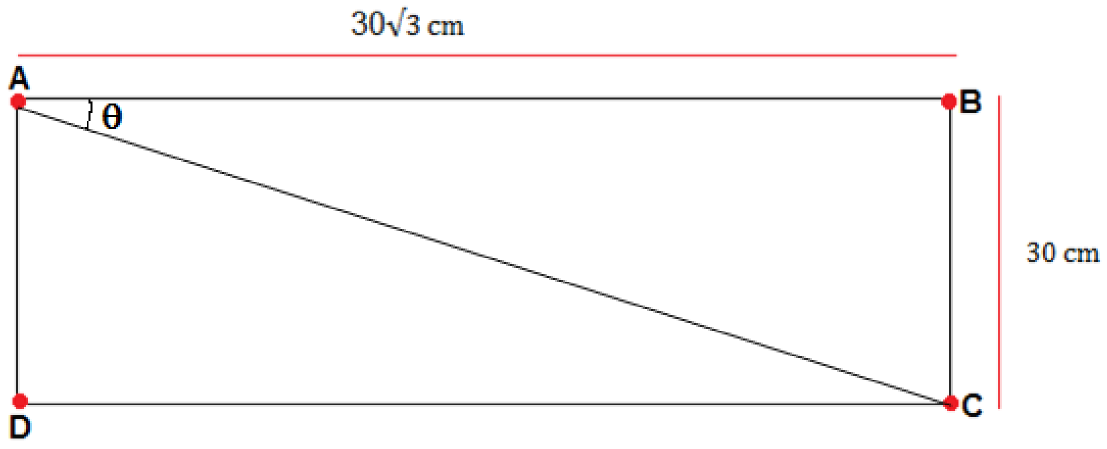
SOLUÇÕES – SEMANA 10

As linhas telefônicas são mais compridas durante o verão, quando está mais quente, e mais curtas durante o inverno, quando os dias são mais frios. Portanto, elas se torcem mais durante o verão do que no inverno. Se as linhas não fossem esticadas com suficiente torção durante o verão, elas poderiam se cotrair demais e acabar rompendo durante o inverno.

NÍVEL 6 F

SOLUÇÕES – SEMANA 10

Do retângulo temos:



Aplicando a:

$$\tan\theta = \frac{30\ cm}{30\sqrt{3}cm}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\theta = 30°$$

Agora calcularemos o valor do campo elétrico criado por cada carga

$$E_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2} = 5 \cdot 10^5 N/C$$

De forma análoga:

$$E_B = 8 \cdot 10^5\ N/C$$

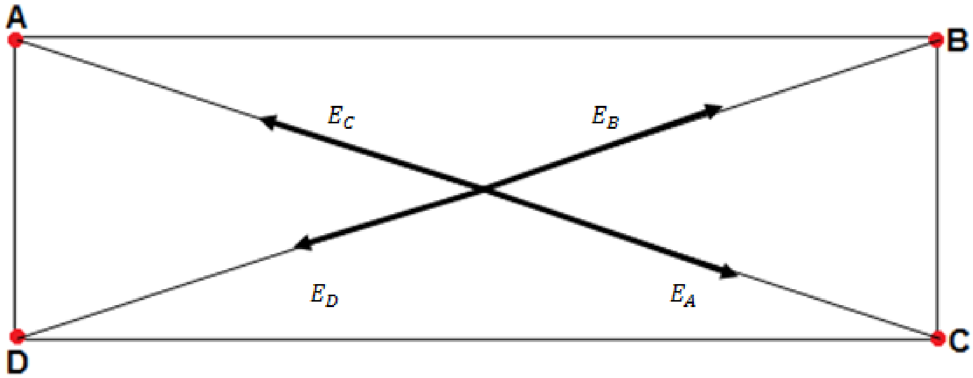
$$E_C = 2 \cdot\ 10^5\ N/C$$

$$E_D = 3 \cdot\ 10^5 N/C$$

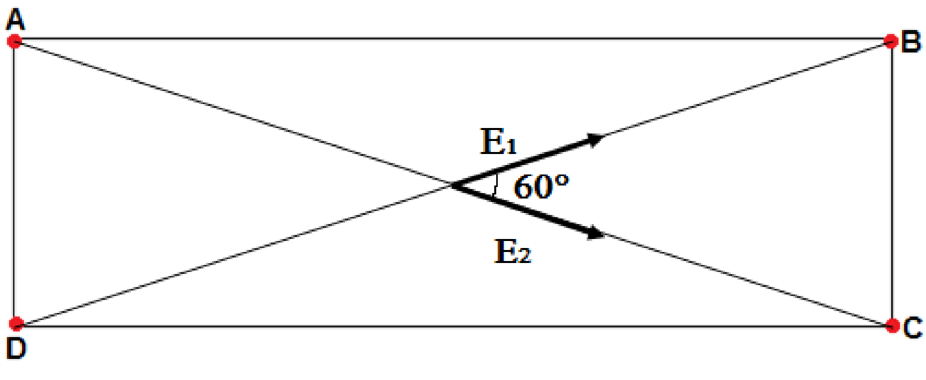
Desenhando os campos elétricos no ponto de encontro, fica fácil perceber:

$$E_1 = E_A - E_C = 3 \cdot 10^5\ N/C$$

$$E_2 = E_B - E_C = 5 \cdot 10^5\ N/C$$



Assim teremos:



Calculando o valor de E_T:

$$E_T = \sqrt{{E_1}^2 + {E_2}^2 + 2 \cdot E_1 \cdot E_2 - cos\theta}$$

$$E_T = 7 \cdot 10^5\ N/C$$