

1. O múltiplo irado de um número natural é o menor múltiplo do número formado apenas pelos algarismos 0 e 1. Por exemplo, o múltiplo irado de 2, bem como de 5, é 10; já o múltiplo irado de 3 é 111 e o de 110 é ele mesmo.

a) Qual é o múltiplo irado de 20?

--	--

b) Qual é o múltiplo irado de 9?

--	--

c) Qual é o múltiplo irado de 45?

--	--

d) Qual é o menor número natural cujo múltiplo irado é 1110?

TOTAL:	

2. Um número inteiro positivo esconde outro número quando, apagando alguns de seus algarismos, aparece o outro. Por exemplo, o número 123 esconde os números 1, 2, 3, 12, 13 e 23, mas não esconde 32, 123 e 213.

a) Qual é o maior número de três algarismos escondido por 47239?

--	--

b) Qual é o menor número que esconde simultaneamente 2009 e 9002?

--	--

c) Ache um múltiplo de 2009 que esconde 2009 e cujo algarismo das unidades é 3.

--	--

TOTAL:

--	--

3. Dois grilos, Adonis e Basílio, pulam sempre para a frente; Adonis só dá pulos de 1 cm ou 8 cm e Basílio só dá pulos de 1 cm ou 7 cm. Eles percorrem qualquer distância com o menor número de pulos possível. Por exemplo, Adonis percorre 16 cm com apenas dois pulos de 8 cm cada, enquanto Basílio precisa de quatro pulos, sendo dois de 7 cm e outros dois de 1 cm. Por outro lado, para percorrer 15 cm, Adonis precisa de oito pulos, sendo um de 8 cm e sete de 1 cm, enquanto Basílio precisa de apenas três pulos, sendo dois de 7 cm e um de 1 cm.

Indicando por $A(d)$ e $B(d)$, respectivamente, o número de pulos que Adonis e Basílio dão para percorrer d centímetros, temos $A(15) = 8$, $B(15) = 3$, $A(16) = 2$ e $B(16) = 4$.

a) Complete a tabela abaixo.

d : distância em cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$A(d)$: número de pulos de Adonis	1	2													8	2
$B(d)$: número de pulos de Basílio	1	2													3	4

b) Encontre um número d entre 200 e 240 tal que $B(d) < A(d)$ (isto é, encontre uma distância entre 200 cm e 240 cm tal que, para percorrê-la, Basílio dá menos pulos do que Adonis).

c) Encontre o maior número d tal que $B(d) = A(d)$.

TOTAL:

4. Analise cada item e resolva:

a) Cada um dos naturais a, b, c e d é divisível por $ab - cd$, que também é um número natural. Prove que $ab - cd = 1$.

--	--

b) Prove que, para todo inteiro positivo n o número $n^5 - 5n^3 + 4n$ é divisível por 120.

--	--

c) Mostre que para todo n ímpar, n divide $1^n + 2^n + 3^n + 4^n + \dots + (n - 1)^n$

--	--

d) Existe um natural n tal que $n^n + (n + 1)^n$ é divisível por 2011?

--	--

TOTAL:

--	--

5. João gosta de se divertir com números inteiros e as condições de divisibilidade para esses números. Certo dia ele estava listando números de dois algarismos que são divisíveis pelos seus algarismos.

a) Quantos múltiplos de 11 João listou?.

--	--

b) Quantos números terá a lista de João?

--	--

c) Caso a lista de João contemplasse os números com 3, 4, 5, ..., n algarismos. Explique por que qualquer número de n algarismos, que todos os algarismos são iguais, estará na lista de João.

--	--

TOTAL:

--	--

6.

a) Qual é o resto da divisão de $7^{49} + 8^{64} + 9^{81}$ por 5?

--	--

b) Qual é o resto da divisão de $5^{131} + 9^{131} + 7^{131} + 15^{131}$ por 12?

--	--

c) Prove que não existe nenhum inteiro n tal que $n^2 + 2$ é divisível por 4.

--	--

TOTAL:

--	--

ATENÇÃO: O que você escrever nessa página não será considerado na correção.

RASCUNHO