NÍVEL 1 M

a) Há apenas três maneiras de escrever 1 como a soma de três números naturais: $1 = 1 + 0 + 0$, $1 = 0 + 1 + 0$, $1 = 0 + 0 + 1$. Como os dois últimos devem ser descartados, pois não são números de 3 algarismos significativos, resta apenas o número 100.

b) O maior número com números não nulos na coleção que deve aparecer deve ter todos seus algarismos iguais a 1, com exceção do algarismo das unidades. Como o maior algarismo da casa das unidades é 9, o número é 111111119.

c) Um número dessa coleção não pode ter 6 algarismos, pois a soma automática desses seis resultaria em um número maior que 9, o que seria impossível de se colocar na casa das unidades. Portanto, o número terá 5 algarismos, incluindo o 9. Como o nove deve estar na casa das unidades, deve-se procurar os outros 4 cuja soma seja 9. Podemos utilizar para isso os três números menores: 0, 1 e 2, em ordem decrescente para as dezenas: ?2109. Como a soma de ? com 1, 2 e 0 precisa ser 9, então ? = 6. Assim, o maior número que pode ser escrito é 62109.

NÍVEL 2 M

Analogamente, temos que os menores números devem ficar "nos cantos". Depois, basta preencher de modo que a soma em cada linha seja 9: entre o 1 e o 2 vai o 6; entre o 2 e o 3 vai o 4; e entre o 3 e o 1 vai o 5.

NÍVEL 3 M

a) Podemos contar os cubos em camadas a partir do fundo da caixa; na primeira camada temos 14 cubos visíveis e 4 não visíveis, cuja existência é evidente pois há cubos sobre eles. Na segunda camada há 3 cubos visíveis e 1 oculto; a terceira camada tem 2 cubos, a quarta camada tem 3 cubos, a quinta camada tem 2 cubos e finalmente duas camadas de 1 cubo cada, totalizando 31 cubos.

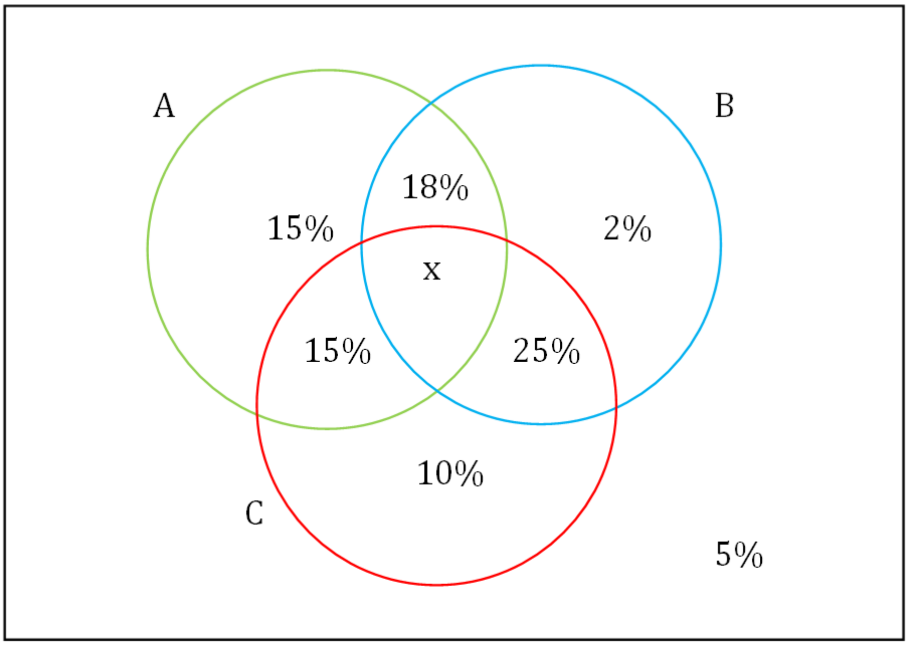
b) O comprimento da caixa corresponde a 10 cubinhos; logo este comprimento é igual a 50 cm; do mesmo modo, a largura é igual a 7 cubinhos = 35cm e a altura é igual a 6×5 = 30 cm.

c) $V = c.l.a \quad \rightarrow \quad V = 50 \cdot 35 \cdot 30 = 52.500cm^3$

d) $V = a^3 \quad \rightarrow \quad V = 5^3 = 125cm^3$

e) A contagem pode ser feita de forma direta a partir de camadas. Por exemplo, começando do fundo, na primeira camada faltam 6×10 −18 = 42 ; na segunda, faltam 60 − 4 = 56 ; na terceira faltam 6×10 − 2 = 58 ; na quarta faltam 6×10 − 3 = 57 na quinta, faltam 6×10 − 2 = 58 ; na sexta e na sétima faltam na 6×10 −1= 59 . Logo, o número de cubos que faltam é 42 + 56 + 57 + 2×58 + 2×59 = 115 +116 +118 = 389 .

NÍVEL 4 M



a) Através do diagrama acima, chega-se que:

$$15\% + 18\% + 2\% + 25\% + 15\% + 10\% + x + 5\% = 100\%$$

$$x = 10\%$$

b) $15\% + 2\% + 10\% = 27\%$

NÍVEL 5 M

a) Determinando a altura do obelisco:

$$tg\ 60° = \frac{h}{20m} \quad \rightarrow \quad \sqrt{3} = \frac{h}{20m} \quad \rightarrow \quad h = 20\sqrt{3}m$$

Agora, calculamos o valor de x (afastamento de A):

$$tg\ 30° = \frac{20\sqrt{3}}{20 + x} \quad \rightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{20 + x} \quad \rightarrow \quad 60\sqrt{3} = 20\sqrt{3} + \sqrt{3}x$$

$$60\sqrt{3} - 20\sqrt{3} = \sqrt{3}x \quad \rightarrow \quad \frac{40\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = x \quad \rightarrow \quad x = 40m$$

b) Pelo teorema de Pitágoras:

$$d^2 = \left(20\sqrt{3}\right)^2 + 60^2 \quad \rightarrow \quad d^2 = 400 \cdot 3 + 3.600 \quad \rightarrow \quad d^2 = 4.800$$

$$d = \sqrt{4.800} \quad \rightarrow \quad d \approx 69{,}28m$$

NÍVEL 6 M

Primeiramente devemos calcular o valor de k.

$$\frac{k}{2} + 0{,}17 + 2K + K + 13\% = 1$$

$$\frac{K}{2} + \frac{17}{100} + \frac{2K}{1} + \frac{K}{1} + \frac{13}{100} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{50K + 17 + 200K + 100K + 13}{100} = \frac{100}{100}$$

$$350K + 30 = 100$$

$$350K = 100 - 30$$

$$K = \frac{70}{350}$$

$$K = 0{,}2$$

Com isso podemos completar a tabela

Peso(g)	**Fi**
[10; 14]	0,1
[15;19]	0,17
[20;24]	0,4
[25;29]	0,2
[30;35]	0,13

a) Com isso basta calcular a quantidade de pacotes que ficam entre 15 a 29 gramas.

$$0{,}4 + 0{,}2 + 0{,}13 = 0{,}77 = (77\%)$$

Assim basta fazer:

$0{,}77 \cdot 30 = 23$ pacotes

b) Para calcular a quantidade de pacotes que tem 22 gramas ou mais basta fazer:

$$\frac{0{,}4}{2} + 0{,}2 + 0{,}13$$

$$0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}13 = 0{,}53$$

Ficando

$0{,}53 \cdot 30 = 16$ pacotes

c) Procedendo de forma analógica temos:

$$\frac{0{,}2}{2} + 0{,}4 + 0{,}17 + 0{,}1$$

$$0{,}1 + 0{,}4 + 0{,}17 + 0{,}1 = 0{,}77$$

Fazendo:

$0{,}77 \cdot 30 = 23$ pacotes.

NÍVEL 4 F

a) Progressivo (sentido a favor da trajetória).

b) $t = 0s$ temos $5m$

c) $\Delta S = P_F - P_I \quad \rightarrow \quad \Delta S = 20 - 8 \quad \rightarrow \quad \Delta S = 12m$

d) $V_M = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad V_M = \frac{12m}{5-1} \quad \rightarrow \quad V_M = \frac{12m}{4s} \quad \rightarrow \quad V_M = 3m/s$

NÍVEL 5 F

a) Na parte inferior da represa, pois a pressão feita pela água é maior.

b) Exatamente devido à pressão ser maior naquele ponto.

NÍVEL 6 F

Como os condutores são idênticos, após o contato entre dois deles cada um fica com metade da soma algébrica das suas cargas inicias.

Assim, no contato entre A e B, temos:

$$\text{antes}\begin{cases} Q_A = +4q \\ Q_B = 0 \end{cases} \qquad \text{após}\begin{cases} Q_A{}' = +2q \\ Q_B{}' = +2q \end{cases}$$

No contato entre B e C, temos:

$$\text{antes}\begin{cases} Q_B{}' = +2q \\ Q_C = -q \end{cases} \qquad \text{após}\begin{cases} Q_B{}'' = +\frac{1}{2}q \\ Q_C{}' = +\frac{1}{2}q \end{cases}$$

Finalmente, no contato entre C e A, temos:

$$\text{antes}\begin{cases} Q_A{}' = +2q \\ Q_C' = +\frac{1}{2}q \end{cases} \qquad \text{após}\begin{cases} Q_A'' = +\frac{5}{4}q \\ Q_C'' = +\frac{5}{4}q \end{cases}$$

Portanto, após os contatos sucessivos as cargas são:

$$A = \frac{5}{4}q$$

$$B = \frac{1}{2}q$$

$$C = \frac{5}{4}q$$