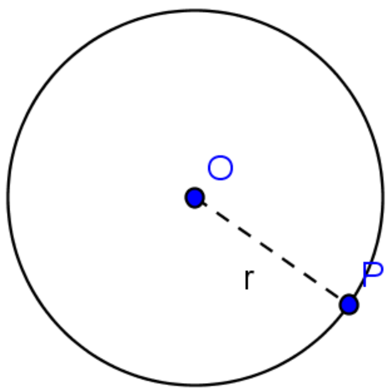
Circunferência: Material Didático

E Exercícios

Objetivos:

- Compreender o conceito de circunferência, raio e diâmetro;
- Definir o número Pi (π) e entender o fato de ele ser constante em qualquer circunferência de prova que admita-se;
- Enunciar a ideia de ângulo central, ângulo inscrito e arco de uma circunferência;
- Explicar a diferença entre a área da circunferência, setor circular e coroa circular, exemplificando os elementos;
- Aplicar os conhecimentos, na lista de exercícios, para fixação dos temas;
- Consolidar conceitos de fatoração com exercícios propostos para serem realizados.

A circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano que estão a uma mesma distância não nula de um ponto fixo. Esse ponto fixo (O) é o centro da circunferência. Um segmento de reta que une o centro da circunferência a um de seus pontos é chamado raio da circunferência (r).



Corda é qualquer segmento que une dois pontos quaisquer de uma circunferência. O diâmetro é um segmento que une dois pontos e passa pelo centro da mesma, isso significa que todo diâmetro é uma corda da circunferência. Também sabe-se que o diâmetro é equivalente ao dobro do raio da circunferência, ou seja, $d = 2r$

Quando dividimos o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro, obtemos um valor próximo a 3,14. Esse valor é uma aproximação do número conhecido como π (lê-se pi).

Dessa forma,

$$\frac{comprimento\ da\ circunferência}{diâmetro} = \pi, ou\ seja, \frac{C}{d} = \pi, que\ é\ o\ mesmo\ que$$

$$C = \pi \cdot d$$

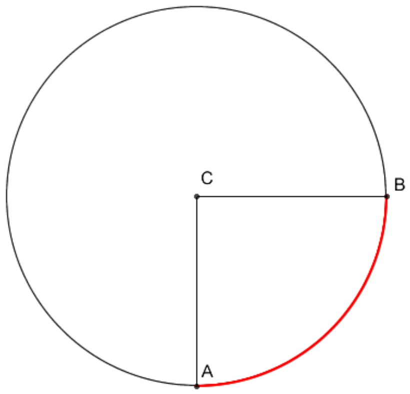
- C: o comprimento da circunferência;
- d: o diâmetro.

Sabendo que o diâmetro da circunferência é o dobro do seu raio ($d = 2r$), podemos escrever essa fórmula da seguinte maneira:

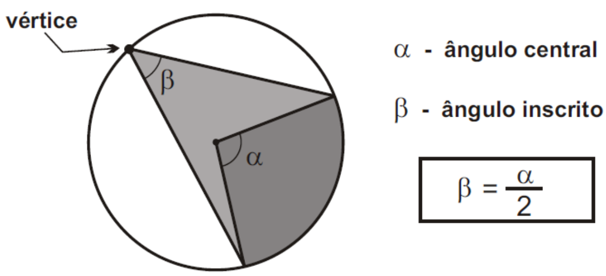
$$C = 2\pi r$$

Ângulo central é aquele cujo vértice corresponde ao centro da circunferência. O ângulo central divide a circunferência em duas partes. Cada uma dessas partes é chamada de arco da circunferência, e os pontos A e B são as extremidades do arco.

O arco menor dessa circunferência pode ser indicado por $\widehat{AB}$.

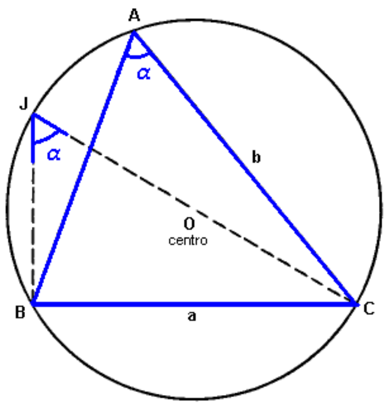


A medida de um arco, em graus, é igual à medida do ângulo central correspondente. Assim, na figura ao lado, temos que $med(\widehat{AB}) = med\big(A\hat{O}B\big)$.



A medida de um ângulo inscrito que delimita um mesmo arco de circunferência do que o ângulo central, a medida desse ângulo é igual a metade da medida do ângulo central correspondente.

Quando dois ângulos inscritos em uma circunferência têm o mesmo arco correspondente, então suas medidas são iguais.



Qualquer ângulo inscrito em uma semicircunferência é um ângulo reto, ou seja, mede 90°.

Área de um círculo é dada pela seguinte fórmula:

$$A = r^2\pi$$

Um setor circular é uma parte de um círculo determinada por um ângulo central qualquer. A área de um setor circular é proporcional a área do círculo, e pode ser dada pela fórmula:

$$A_B = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360}$$

Onde:

$$A_B = \text{Área do setor circular}$$

$$\alpha = \text{ângulo central}$$

A região compreendida entre duas circunferências concêntricas de raios diferentes é chamada coroa circular. A área da coroa circular é a diferença entre as áreas dos dois círculos que a definem.

Veja o cálculo da área da coroa circular compreendida entre as circunferências concêntricas de raios r_1 e r_2.

Sendo r_1 o raio do círculo maior e r_2 o raio do círculo menor, temos:

$$A_C = \pi r_1^2 - \pi r_2^2$$

$$A_C = \pi(r_1^2 - r_2^2)$$

Sendo:

$$A_C = \text{área da coroa circular}$$

$$r_1 = \text{raio do círculo maior}$$

$$r_2 = \text{raio do círculo menor}$$

Exercícios:

1- Uma lata em forma cilíndrica com raio de 4,5 cm será acondicionada em uma caixa em forma de paralelepípedo. Qual deverá ser, no mínimo, a área da tampa da caixa?

2- Determine a medida do raio da circunferência a seguir, sabendo que ABCO é um retângulo, sendo O, o centro da circunferência, e B um ponto qualquer sobre a circunferência, e a medida do segmento AC é 3,2 cm.

3- O diâmetro do aro da bicicleta de Carina tem 66 cm.

a) Calcule a distância aproximada que a bicicleta de Carina percorre quando a roda dá uma volta completa.

b) Quantas voltas completas a roda da bicicleta de Carina dá quando percorre 500 metros?

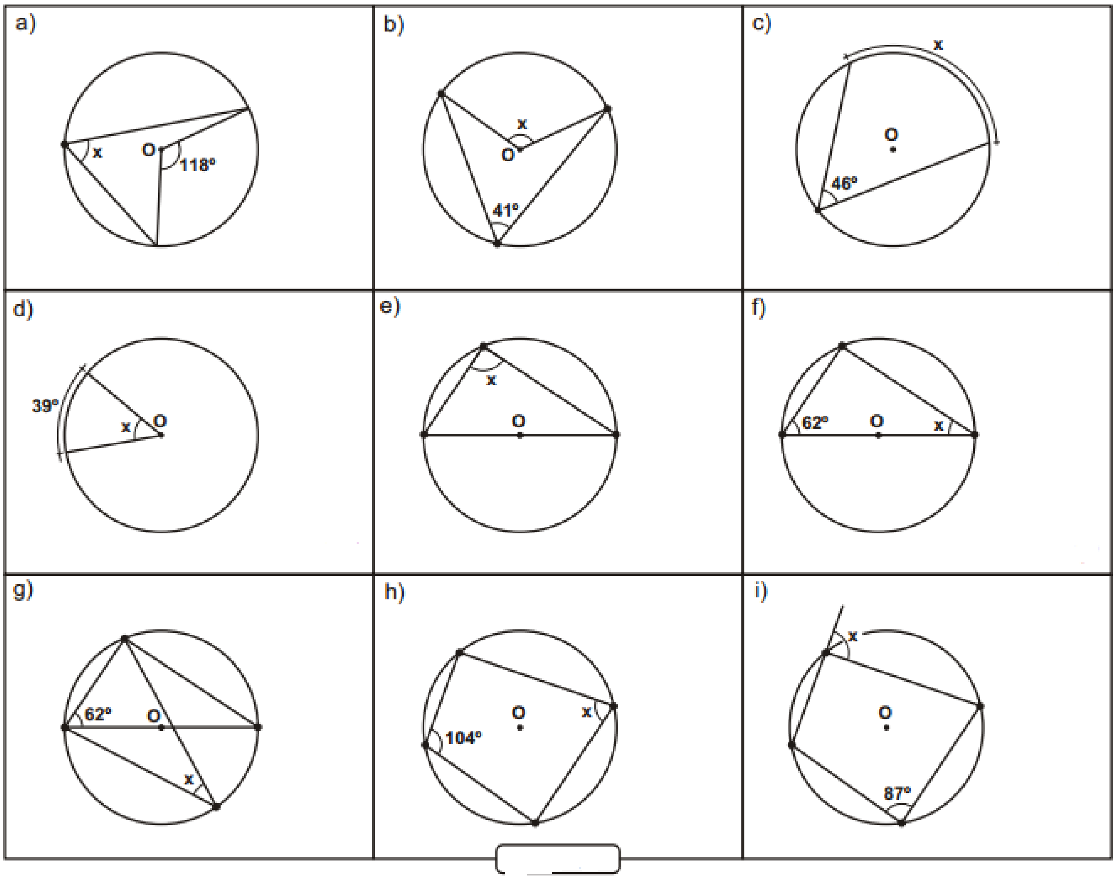
4- Para enfeitar um porta-canetas de forma cilíndrica, Letícia utilizou dois pedaços de fita adesiva. Considerando que a base do porta-canetas lembra uma circunferência com 5 cm de diâmetro, calcule o comprimento mínimo de fita adesiva que Letícia utilizou para enfeitar o porta-canetas.

(Cada pedaço de fita deu uma volta completa no porta-canetas.)

5- A distância entre os eixos de duas polias é 50 cm. Sabendo que o diâmetro de cada polia mede 20 cm, determine o comprimento aproximado da correia que passa por elas.

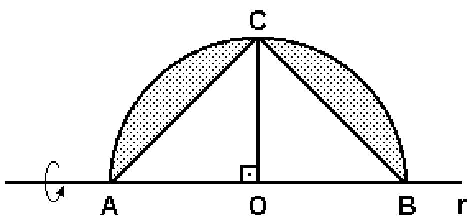
6- Tendo uma circunferência que tem centro O e os pontos A, B e C sobre ela, de tal modo que a medida do segmento BC é igual a 8 m, a medida do segmento AC é igual a 6 m, e AB passa pelo centro da circunferência, calcule o comprimento da circunferência.

7- Calcule o ângulo em cada situação:



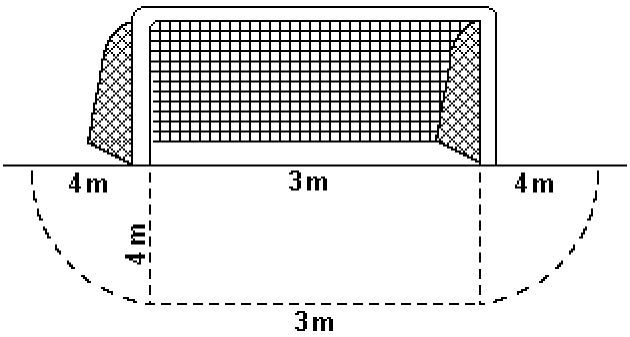
8- Calcule a área de um círculo cujo raio mede $5\sqrt{2}\,m$.

9- Calcule a área hachurada na figura abaixo sabendo que o raio do círculo mede 2 cm.



10- Na campanha eleitoral para as recentes eleições realizadas no país, o candidato de um determinado partido realizou um comício que lotou uma praça circular com 100 metros de raio. Supondo que, em média, havia 5 pessoas/m², uma estimativa do número de pessoas presentes a esse comício é de aproximadamente: (use π = 3,14)

11- No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimento de 11 m e 3 m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4 m), conforme a figura. A superfície da área de meta mede, aproximadamente: (use π = 3,14)



12- Determine a área de um círculo sabendo que a circunferência desse círculo tem comprimento igual a 15π cm.

13- Determine a área de um círculo cuja circunferência mede 37, 68 cm.

14- Calcule o perímetro e a área de um setor circular de 30º e raio 2 cm.

15- Calcule a área aproximada do setor circular, que tem 82° de abertura, e o raio da circunferência é 4m.

16- Tendo uma semicircunferência dividida em dois setores circulares, um deles possui um ângulo $x - 12$, e o outro $2x - 3$. O diâmetro dessa semicircunferência é 12 m.

a) Quais são as medidas desses ângulos?

b) Determine a área de cada setor circular dado por esses ângulos.

17- Sabendo que uma circunferência possui 4 metros de raio, e outra concêntrica tem 1,5 metros de raio, determine a área da coroa circular delimitada por essas duas circunferências.

18- Sabendo que em um alvo de arco e flecha se encontra 4 círculos concêntricos, dado que a distância de um para outro é de 1 m, determine a área de cada coroa circular.

EXERCÍCIOS DE FATORAÇÃO

1- Escreva em uma forma fatorada os polinômios:

a) $25m^6 + 10m^3 + 1$

b) $y^2 - 8y + 16$

c) $x^2y^2 + 10xy + 25$

d) $x^2 + 13x + 42$

e) $x^2 + 11x + 24$

f) $x^2 - 11x + 18$

g) $x^2 + x - 30$

h) $18a^2b - 27a^3b + 36a^4b$

i) $15a^3 - 25a^2 + 30a$

j) $5m^5 + 10^2 - m^3n - 2n$

k) $\frac{4}{25} - m^6$

l) $81 - y^2$

m) $16m^4 - a^2$

n) $25x^2 - a^2$

Autor: Matheus Carboni Machado