

Exercícios – Fatoração em primos, número de divisores, critérios de divisibilidade e MDC

1. Ana Maria apertou as teclas

1	9	X	1	0	6	=
---	---	---	---	---	---	---

de sua calculadora e o resultado 2014 apareceu no visor. Em seguida, ela limpou o visor e fez aparecer novamente 2014 com uma multiplicação de dois números naturais, mas, desta vez, apertando seis teclas em vez de sete. Nesta segunda multiplicação, qual foi o maior algarismo cuja tecla ela apertou?

2. O produto de um número de dois algarismos pelos mesmos dois algarismos, escritos, em ordem inversa é 2944. Qual é a soma dos dois números multiplicados?

3. Cirillo associa a cada palavra um número, da seguinte maneira: ele troca cada letra por um número, usando a tabela abaixo e, em seguida, multiplica esses números.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Por exemplo, o número associado à palavra MAR é:

$$13 \times 1 \times 18 = 234$$

a) Qual é o número associado à palavra CABIDE?

b) Escreva uma palavra com quatro letras cujo número associado seja 455.

c) Explique por que não existe uma palavra cujo número associado seja 2013.

4. Determine a quantidade de divisores pares e ímpares do número $n = 3^{12} - 1$.

5. Encontre todos os números naturais menores do que 100 e que têm exatamente 12 divisores naturais.

6. Determine o algarismo das unidades de $N = 5^{2015} \cdot 7^{2015}$.

7. Encontre o algarismo das unidades do número $N = 2 \cdot 5^{2015} + 6^{2015} + 4^{2015}$

8. Mostre que todo inteiro com três algarismos, todos iguais, é múltiplo de 37.

9. (a) Qual é o menor múltiplo (positivo) de 9 que é escrito apenas com os algarismos 0 e 1?

(b) Qual é o menor múltiplo (positivo) de 9 que é escrito apenas com os algarismos 1 e 2?

10. Dona Maria comprou 160 pirulitos, 198 caramelos e 370 chocolates para presentear as crianças de sua rua. Para tanto, ela colocou os doces em sacolas de modo que cada sacola contivesse um único tipo de doce, que a quantidade de doces em cada sacola fosse sempre a mesma e de modo que cada sacola contivesse a maior quantidade possível de doces. Depois de colocar os doces nas sacolas, Dona Maria percebeu que sobraram 7 pirulitos, 11 caramelos e 13 chocolates. Quantas sacolas Dona Maria fez?

11. Prove que a fração $\frac{12n+1}{30n+2}$ não pode ser simplificada, qualquer que seja o número natural n .