

## Exercícios Indução Matemática / Exercícios OBM e ORM

### Tema:

- Indução Matemática

### Objetivos:

- Explicar as diferentes maneiras de proceder em uma demonstração matemática;
- Entender o conceito de Indução Matemática Finita, e quando ela pode ser utilizada.

- 1) Prove que a soma dos  $n$  primeiros ímpares pode ser expressa por  $n^2$ .
- 2) Mostre que  $2^n > n^2 \forall n > 4$ .
- 3) Mostre por indução  $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N} \text{ e } n \geq 0$ .
- 4) Mostre que a soma de  $n$  quadrados perfeitos pode ser expressa por:  
$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

### EXTRAS:

OBM (2ª fase) – 2014 – Parte A – Problema 5

Determine o número de soluções com  $x$  e  $y$  inteiros positivos da equação:

$$x^2 - y^2 = 36$$

OBM (2ª fase) – 2014 – Parte B – Problema 3

Considere o trinômio do segundo grau  $P(x) = x^2 - x + 1$ .

a) Determine o número de soluções reais distintas da equação.

$$P(x^2) = x^2, \text{ isto é, } (x^2)^2 - (x^2) + 1 = x^2$$

b) Determine o número de soluções reais distintas da equação:

$$P(P(x)) = P(x)$$

ORM ( Treinamento 1 – 2015)

1. Subtraindo um mesmo número do numerador e do denominador da fração  $\frac{13}{14}$ , obtemos a fração  $\frac{14}{13}$ . A soma dos algarismos desse número é:

2. Qual é o primeiro dígito não nulo após a vírgula na representação decimal de  $\frac{1}{5^{12}}$

Autor: Matheus Carboni Machado